



درس پک دکتری

کار آفرینی، مدیریت فناوری و آینده پژوهی

سیاست گذاری علم و فناوری، مطالعات نوآوری

و توسعه فناوری های راهبردی

■ همراه با پاسخ های کاملاً تشریحی با رفرنس دهی به منابع مرجع

■ ارائه نکات طلایی و آزمونی در پاسخنامه تشریحی

❖ آمار و کاربرد آن در مدیریت

❖ مبانی سازمان و مدیریت و رفتار سازمانی

❖ اصول و مبانی مدیریت از دیدگاه اسلام

❖ نظریه های کار آفرینی

❖ مدیریت استراتژیک پیشرفته

مؤلفین:

دکتر محمد کشاورز

علیرضا محمدی

انتشارات
اندیشه ارتش

فهرست مطالب

بخش اول: آمار و کاربرد آن در مدیریت

۸	فصل اول: آنالیز ترکیبی
۱۸	فصل دوم: احتمالات
۲۶	فصل سوم: احتمال شرطی
۳۵	فصل چهارم: آمار توصیفی
۵۸	فصل پنجم: متغیرهای تصادفی
۶۸	فصل ششم: کواریانس و ضریب همبستگی
۷۲	فصل هفتم: توزیع احتمال خاص گسسته
۸۲	فصل هشتم: توزیع‌های احتمال خاص پیوسته
۸۹	فصل نهم: رگرسیون و همبستگی
۹۵	نمونه سؤالات آزمون
۱۰۱	پاسخنامه نمونه سؤالات آزمون

بخش دوم: مبانی سازمان و مدیریت، رفتار سازمانی

۱۱۴	بخش اول: تئوری‌های مدیریت
۱۱۵	فصل اول: کلیات
۱۳۵	فصل دوم: برنامه‌ریزی
۱۴۹	فصل سوم: سازماندهی
۱۶۶	فصل چهارم: هماهنگی
۱۶۸	فصل پنجم: بسیج منابع و امکانات
۱۷۲	فصل ششم: نظریه سیستمی
۱۷۷	فصل هفتم: نظریه اقتضایی
۱۸۵	فصل هشتم: خلاقیت و نوآوری
۲۰۰	فصل نهم: تصمیم‌گیری در سازمان
۲۱۰	فصل دهم: کنترل سازمانی
۲۲۳	فصل یازدهم: استعاره‌های سازمانی
۲۳۳	بخش دوم: رفتار سازمانی
۲۳۴	فصل دوازدهم: مدیریت رفتار سازمانی
۲۴۰	فصل سیزدهم: ادراک
۲۴۹	فصل چهاردهم: هدایت و رهبری

۲۵۸	فصل پانزدهم: انگیزش
۲۷۲	فصل شانزدهم: تعارض و مذاکره
۲۸۲	فصل هفدهم: ارتباطات سازمانی
۲۹۵	فصل هجدهم: فرهنگ سازمانی
۳۰۶	فصل نوزدهم: مدیریت تغییر
۳۱۲	فصل بیستم: نگرش
۳۱۴	فصل بیست و یکم: شخصیت
۳۱۷	فصل بیست و دوم: یادگیری
۳۲۰	فصل بیست و سوم: مبانی رفتار گروه
۳۲۹	سوالات تستی آزمونی:
۳۴۰	پاسخنامه تشریحی سؤالات آزمونی

بخش سوم: اصول و مبانی مدیریت از دیدگاه اسلام

۳۸۷	اصول و مبانی مدیریت از دیدگاه اسلام
۳۹۰	فصل اول؛ ماهیت مدیریت و سازمان از دیدگاه اسلام
۴۰۰	فصل دوم: اصول و مبانی مدیریت و حاکمیت اسلامی
۴۲۵	فصل سوم؛ برنامه‌ریزی و اصول آن از دیدگاه اسلام
۴۳۴	فصل چهارم؛ تصمیم‌گیری و خط‌مشی‌گذاری در مدیریت اسلامی
۴۴۲	فصل پنجم؛ کنترل سازمانی در اسلام
۴۵۶	فصل ششم؛ مبانی رفتار و مدیریت رفتار سازمانی در سطح فردی
۴۶۲	فصل هفتم؛ رفتار سازمانی از دیدگاه اسلام
۴۸۴	فصل هشتم؛ شخصیت؟
۵۰۲	فصل نهم؛ نظریات انگیزش در اسلام
۵۱۰	فصل دهم؛ رهبری از دیدگاه اسلام
۵۳۵	فصل یازدهم؛ عدالت از دیدگاه اسلام
۵۴۱	فصل دوازدهم؛ مدیریت منابع انسانی و ویژگی‌های مدیران از دیدگاه اسلام
۵۵۰	فصل سیزدهم؛ مدیریت مبتنی بر عرفان
۵۷۹	فصل چهاردهم؛ ارزش‌ها، اخلاق، فرهنگ سازمانی، فرهنگ عاشورا و.....
۵۸۹	فصل پانزدهم؛ سیره مدیریتی شخصیت‌های اسلامی
۶۱۸	سوالات تستی آزمونی
۶۲۸	پاسخنامه سوالات تستی آزمونی

بخش چهارم نظریه‌های کارآفرینی

۶۳۲	کلیات
۶۳۲	کسب و کار چیست؟
۶۳۲	اهداف کسب و کار؛
۶۳۳	نوع شناسی کسب و کارها؛
۶۳۴	محركهای راه اندازی کسب و کارها؛
۶۳۵	مراحل تکامل کسب و کارها؛
۶۴۰	تکنیکهای خلاقیت
۶۴۰	این هفت واژه عبارت‌اند از:
۶۴۵	روش کار با این تکنیک
۶۴۶	کاربردهای تکنیک شکوفه نیلوفر آبی
۶۴۷	ویژگی فرآیند نوآوری؛
۶۶۹	انواع نگرش ها به کسب و کار
۶۷۰	موانع نگرش مثبت به کسب و کار در ایرانیان
۶۸۸	رویکرد خلق فرصت و رویکرد کشف فرصت؛
۷۱۱	انواع کار آفرینی با توجه به مالکیت کسب و کار شامل سه مورد میشود؛
۷۱۱	انواع کار آفرینی بر اساس نوع کسب و کار؛
۷۱۶	انواع کار آفرینی بر اساس کاربرد و تکیه بر فناوری
۷۱۸	مرحله اول ایده پردازی
۷۱۸	مرحله دوم سال‌های ابتدایی کسب و کار با رشدی ثابت
۷۱۸	مرحله سوم ایجاد نقطه عطف
۷۱۹	مرحله چهارم رشد تهاجمی
۷۱۹	شبکه‌های اجتماعی و تأثیر آن بر فرآیند کارآفرینی
۷۲۰	شروع کسب و کار
۷۲۰	رشد
۷۲۱	تشبیه یا توسعه
۷۲۱	افول
۷۲۴	مجموعه سؤالات و پاسخنامه: مدیریت کارآفرینی

بخش پنجم: مدیریت استراتژیک پیشرفته

۷۷۶	فصل اول: ماهیت مدیریت استراتژیک
۷۹۰	فصل دوم: دیدگاه‌ها و مکاتب مدیریت استراتژیک
۷۹۲	فصل سوم: تجزیه و تحلیل محیط خارجی
۸۰۳	فصل چهارم: تجزیه و تحلیل محیط داخلی
۸۰۷	فصل پنجم: استراتژی سطح شرکت
۸۲۴	فصل ششم: استراتژی سطح کسب و کار
۸۳۵	فصل هفتم: استراتژی سطح کارکردی
۸۳۸	فصل هشتم: تدوین و اجرای استراتژی
۸۴۸	فصل نهم: بررسی، ارزیابی و کنترل استراتژی
۸۵۲	فصل دهم: مسائل جهانی در مدیریت استراتژیک
۸۵۴	سوالات تستی آزمونی
۸۶۱	پاسخنامه سوالات تستی آزمونی

بخش اول

آمار و کاربرد آن در مدیریت

فصل اول:

آنالیز ترکیبی

- اصل شمارش: بنابر اصل شمارش اگر فردی به k_1 طریق بتواند عملی را انجام دهد و برای k_1 نتیجه حاصل در مرحله اول k_2 نتیجه برای مرحله دوم وجود داشته باشد آنگاه بنابر اصل ضرب نتیجه به $k_1 \times k_2$ طریق امکان پذیر است

مثال

تاسی را پرتاب می کنیم سپس سکه ای را. تعداد طرق ممکن آن کدام است؟
حل: تاس ۶ حالت $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ را داراست و سکه دارای ۲ حالت رو و پشت است لذا تعداد کل حالات ممکن آن 6×2 حالت یعنی ۱۲ حالت می باشد.
- اصل شمارش تعمیم یافته: اگر آزمایشی به m طریق انجام شود به طوری که آزمایش اولی به k_1 طریق و برای هر کدام از نتایج آزمایش اول k_2 طریق برای آزمایش دومی و به همین ترتیب برای آزمایش m امین به k_m طریق امکان پذیر باشد آنگاه کل آزمایش به $k_1 \times k_2 \times \dots \times k_m$ طریق امکان پذیر است.

مثال

در نمایشگاهی ۵ نوع ماشین بنز ۴ نوع ماشین بی ام و، ۳ نوع ماشین تویوتا موجود است به چند طریق می توان یک بنز و یک بی ام و و یک تویوتا خریداری کرد؟
حل: به $5 \times 4 \times 3 = 60$ حالت امکان پذیر می باشد

مثال

با کلمه « خورشید » چند کلمه ۶ حرفی می توان ساخت؟
حل: چون تعداد حروف کلمه خورشید ۶ حرفی است و تعداد کلمات نیز ۶ حرفی است لذا به ۶! امکان پذیر است یعنی به

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

حالت امکان پذیر می باشد

مثال

با ارقام ۶ و ۹ و ۲ و ۱ چند عدد ۴ رقمی می توان ساخت؟
حل: چون تعداد کلمات ۴ رقمی است و دقیقا ۴ رقم نیز داریم لذا به ۴! امکان پذیر است.

◀ جایگشت‌ها

اگر n شی داشته باشیم که بخواهیم در n مکان قرار دهیم به آن تبدیل می‌گوییم تذکر: دو مثال قبلی تبدیل بود

مثال

با ارقام ۰ و ۱ و ۵ و ۴ و ۹ چند عدد ۵ رقمی می‌توان نوشت؟

حل: چون ۵ تا رقم داریم و عددمان نیز ۵ رقمی است پس جایگشت ۵ رقم و ۵ مکان است ولی از آن جایی که صفر در رقم آخر سمت چپ نمی‌تواند قرار بگیرد (چرا؟) چون در این صورت عدد ۴ رقمی می‌شود پس جایگشت به این صورت محاسبه می‌شود.

یکان دهگان صدگان هزارگان ده هزارگان

$$\boxed{4} \times \boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1} = 4 \times 4! = 96$$

یک رقم در ده
 هزارگان استفاده
 شده است و رقم
 صفر در این مرحله
 رقم صفر نمی‌تواند
 قرار بگیرد پس از
 ۵ رقم، ۴ رقم را
 در نظر می‌گیریم

مثال

با ارقام ۰ و ۱ و ۵ و ۴ و ۹ چند عدد ۵ رقمی که بر ۵ بخش پذیر باشند می‌توان نوشت؟

حل: به این دلیل اعداد تغییر نکرد که بتوانید با مثال قبل مقایسه کنید.

وقتی ۵ رقم داریم که در ۵ مکان بایستی قرار دهیم در اولین ایده به نظر می‌رسد که بایستی جایگشت ۵ شی از ۵ مکان را در نظر گرفت در حالی که صفر در آخرین رقم سمت چپ نمی‌تواند قرار بگیرد و اعدادی بر ۵ بخش پذیرند که رقم یکان آنها یا صفر باشد و یا ۵ پس موضوع به این سادگی نیست. حال بایستی برای شمارش دو حالت جدا از هم در نظر گرفته و در آخر با هم جمع کنیم حالت اول زمانی است که بخواهیم صفر در رقم یکان قرار بگیرد لذا مشکل رقم آخر سمت چپ حل می‌شود. چون صفر که عنصر در دسرساز است در همان اول در یکان قرار می‌گیرد، از این رو یکان فقط یک حالت صفر را به خود می‌گیرد و داریم:

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 4!$$

۱۰ | درس پک دکتری کارآفرینی، مدیریت فناوری و آینده پژوهی و....

در مرحله بعد حالتی را در نظر می‌گیریم که ۵ در مرحله ی یکان قرار بگیرد پس یک حالت در یکان بیشتر نداریم و عنصر در دسرساز صفر در ده هزارگان نیز قرار نمی‌گیرد ولی در هزارگان به تعداد اضافه می‌شود.

$$3 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 3 \times 3!$$

حال این دو حالت را با هم جمع می‌کنیم

$$4! + 3 \times 3! = 7 \times 3! = 42$$

 **نکته:** زمانی که n نفر دور یک میز گرد در کنار هم می‌نشینند تعداد جایگشت های آن از رابطه $(n-1)!$ محاسبه می‌شود.

مثال

۶ نفر دور میز گردی نشسته اند به چند طریق امکان دارد که بتوانند که دور یک میز گرد بنشینند؟
حل: به $5! = 120 = (6-1)!$ ممکن است.

نکته: تعداد جایگشت های k شی که k_1 تای آن همانند هم باشد و k_2 تای آن ها نیز همانند هم و..... و k_n تای آن هم همانند هم است به طوری که:

$$k_1 + k_2 + \dots + k_n = k$$

می‌باشد در این صورت از ضابطه ی $\frac{k!}{k_1! k_2! \dots k_n!}$ بدست می‌آید

مثال

با حروف کلمه ی MISSISSIPPI چند کلمه ی ۱۱ حرف می‌توان ساخت؟

حل: از آن جایی که با جایگشت حروف تکراری نسبت به خودشان حالت جدید به وجود نمی‌آید پس از آن جایی که S چهار بار تکرار شده و P دوبار و I چهار بار و m یک بار لذا داریم:

$$\frac{11!}{4! \times 2! \times 4! \times 1!} = 34650$$

ترتیب:

اگر تعداد n شی متمایز را در نظر بگیرید که r مکان برای آن وجود داشته باشد به طوری که $(r \leq n)$ یعنی تعداد مکان‌ها کمتر از تعداد اشیا باشد در این صورت در صورتی که ترتیب r مکان نسبت به هم مهم باشد ترتیب r شی از n شی را با $p(n, r)$ نمایش داده و به فرم زیر محاسبه می‌کنیم:

$$p(n, r) = p_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

مثال

به چند طریق می‌توان k مهره‌ی متمایز $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ را در یک ردیف r تایی کنار هم قرار داد که $r \leq k$ باشد؟

حل:

$$p(k, r) = \frac{k!}{(k-r)!}$$

مثال

به چند طریق می‌توان ۱۰ نفر روی ۵ صندلی قرار گیرند به طوری که هر صندلی دقیقاً یک نفر بنشیند و ۵ نفر باقیمانده ایستاده باشند؟

حل:

$$p(10, 5) = \frac{10!}{(10-5)!} = \frac{10!}{5!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!} = 30240$$

مثال

شرکتی از میان ۱۰ نفر کارمند خود سه نفر را به عنوان سرپرست معاون سردبیر انتخاب می‌کند تعداد حالاتی که این افراد می‌توانند انتخاب شود کدام است؟

حل: چون نام سمت‌ها آورده شده ترتیب می‌باشد لذا داریم:

$$p_{10}^3 = p(10, 3) = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7!} = 720$$

ترکیب:

اگر تعداد n شی متمایز را در نظر بگیرید که r مکان برای آن وجود داشته باشد و $(r \leq n)$ و ترتیب قرار گرفتن آن r مکان نسبت به هم مهم نباشد از ترکیب استفاده می‌کنیم ترکیب r شی از n شی را به فرم $c(n, r)$ نمایش می‌دهیم و به فرم زیر محاسبه می‌شود:

$$c(n, r) = c_n^r = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

مثال

شرکتی از میان ۱۰ نفر کارمند خود سه نفر را می‌خواهد انتخاب کند به چند طریق امکان پذیر است؟
حل: در این جا صحبت از انتخاب ۳ نفر از بین ۱۰ نفر است که چون سمت‌ها نیامده است از ترکیب استفاده می‌کنیم

$$p(10, 3) = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{3 \times 2 \times 7!} = 120$$

پریشة: از بین جایگشت های n شی متمایز، جایگشت های این n شی را چنان بخواهیم که هیچکدام از اشیا سر جای اولیه خود قرار نداشته باشند آن گاه از پریشة استفاده می کنیم که تعداد پریشة های n شی متمایز از ضابطه ی

$$D(n) = n! \left(1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \dots + \frac{(-1)^n}{n!} \right) = n! \sum_{i=0}^n \frac{(-1)^i}{i!}$$

نکته: تعداد پریشة های n شی متمایز به طوری که k تا از آن ها سر جای خود باشند به فرم $\binom{n}{k} D(n-k)$ محاسبه می شود

خواص ترکیب

۱- از جمله خواص مهم ترکیب این است که اگر $n_1 + n_2 = n$ باشد آن گاه ترکیب n_1 شی از n شی با ترکیب n_2 شی از n شی با هم برابر است یعنی

$$c(n, n_1) = c(n, n_2)$$

در حالت خاص ترکیب صفر شی از n شی با ترکیب n شی از n شی با هم برابر است.

$$c(n, 0) = c(n, n)$$

همچنین چون $(n-r) + r = n$ می باشد لذا

$$c(n, r) = c(n, n-r)$$

۲- از جمله خواص مهم دیگر ترکیب ها رابطه زیر است

$$\binom{n}{r} = \binom{n-1}{r-1} + \binom{n-1}{r}$$

برای مثال $\binom{6}{4}$ را می توان به فرم مجموع $\binom{5}{3} + \binom{5}{4}$ در نظر گرفت.

۳- رابطه ی ترتیب و ترکیب r شی از n شی را به فرم زیر می توان در نظر گرفت:

$$\binom{n}{r} = \frac{p(n, r)}{r!}$$

۴- همچنین اگر اعداد زوج نامنفی و اعداد فرد قبل از عدد n را در نظر بگیرید آن گاه:

$$\sum_{k=\overline{c}} \binom{n}{k}_{\overline{z}} = \sum_{k=\overline{d}} \binom{n}{k}_{\overline{z}}$$

به عبارت دیگر:

$$\binom{n}{\overline{0}} + \binom{n}{\overline{1}} + \binom{n}{\overline{2}} + \binom{n}{\overline{3}} + \dots = \binom{n}{\overline{1}} + \binom{n}{\overline{2}} + \dots$$

۵- تعداد زیر مجموعه k عضوی از یک مجموعه n عضوی به فرم $\binom{n}{k}$ می باشد مثلاً تعداد زیر

مجموعه های ۶ عضوی یک مجموعه ۱۰ عضوی برابر $\binom{10}{6}$ می باشد. و تعداد کل زیر مجموعه های

یک مجموعه n عضوی برابر 2^n می باشد.

حال اگر تعداد زیر مجموعه های صفر عضوی، یک عضوی، دو عضوی و.... n عضوی یک مجموعه n

عضوی مانند A را در نظر بگیریم برابر می باشد.

$$\binom{n}{\overline{0}} + \binom{n}{\overline{1}} + \binom{n}{\overline{2}} + \binom{n}{\overline{3}} + \dots + \binom{n}{\overline{n}} = 2^n$$

۶- چنان چه چند جمله ای نیوتن را به فرم زیر تعریف کنیم که در آن $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$

می باشد آن گاه:

$$(x_1 + x_2 + \dots + x_k)^n = \sum \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_k^{n_k}$$

در این صورت مجموع ضرایب k تایی $(x_1 + \dots + x_k)^n$ برابر است با k^n می باشد همچنین برای

محاسبه ی ضرایب $x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_k^{n_k}$ در چند جمله ای $(x_1 + \dots + x_k)^n$ از ترکیب

$$\frac{(n_1 + n_2 + \dots + n_k)!}{n_1! n_2! \dots n_k!} \text{ محاسبه می شود.}$$

مثال

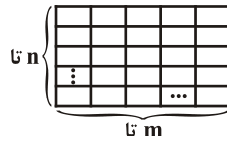
ضریب عبارت $a_1^3 a_2^4 a_3^2 a_4^2$ را در چند جمله ای $(a_1 + a_2 + a_3 + a_4)^{10}$ کدام است؟

حل: بنابر ضابطه بالا داریم:

$$\frac{10!}{3! \times 4! \times 2! \times 1!} = 12600$$

۷- تعداد کل مسیرهای ممکن فردی که بخواهد با حرکات افقی و عمودی و به صورت پیشتر و از نقطه A به نقطه B

برسد برابر $\frac{(n+m)!}{n! m!}$ می باشد که در آن m, n هر کدام می تواند به عنوان تعداد سطرها و تعداد ستون ها باشد.



مثال

فردی از شهر A به شهر B حرکت می کند به چند طریق می تواند این مسیر را پیمايد به طوری که حرکت آن پیشرو بوده و تعداد مسیرهای افقی آن ۵ تا و تعداد مسیرهای قائم آن ۷ باشد
حل: طبق شکل بند ۷ داریم:

$$\frac{(5+7)!}{5!7!} = \frac{12!}{7! \times 5!} = 792$$

مثال

۵ نفر روی صندلی های خود نشسته اند.

الف: تعداد حالات ممکن که در آن هیچ کدام سر جای خود ننشینند.

ب: تعداد حالات ممکن که در آن ۲ نفر سر جای خود باشند.

حل الف: بنابر فرمول پریشة n شی متمایز که در سر جای خود نباشند می توان نوشت:

$$D(5) = 5! \left(1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} \right) = 5! \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{24} - \frac{1}{120} \right)$$

$$= 5! \left(\frac{60 - 20 + 5 - 1}{120} \right) = 44$$

حل ب: بنابر فرمول پریشة که در آن از بین n شی k تای آن در سر جای خود باشند می توان نوشت:

$$\binom{n}{k} D(n-k) = \binom{5}{2} D(3) = \frac{5!}{2!3!} \times 3! \left(1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} \right) = \frac{5!}{2!} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \right) = 20$$

مثال

چند عدد ۵ رقمی با راقام عدد ۷۰۱۷۳ می توان نوشت؟

□ □ □ □ □

$$\frac{4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2!} = 48$$

مثال

۴ تهرانی، ۳ اصفهانی، ۵ رشتی به چند طریق می توانند کنار هم قرار گیرند؟ به قسمی که:

$$(4+3+5)! = 12!$$

الف) قید و شرطی در میان نباشد؛

آمار و کاربرد آن در مدیریت | ۱۵

$$4! \times 3! \times 5! \times 3!$$

$$3! \times (5 + 4 + 1)! = 10! \times 3!$$

$$12! - 3! \times 10!$$

(ب) هم‌شهریها کنار هم باشند؛

(ج) فقط اصفهانی‌ها کنار هم باشند؛

(د) اصفهانی‌ها کنار هم نباشند.

مثال

دو عدد از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ انتخاب می‌کنیم به چند طریق امکان دارد هرگاه مجموع دو رقم فرد باشد؟

یکی فرد + یکی زوج $\rightarrow$ مجموع دو رقم فرد

$$\binom{50}{1} \times \binom{50}{1} = 50 \times 50 = 2500$$

مثال

سه عدد از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 30\}$ انتخاب می‌کنیم به چند طریق امکان دارد هرگاه مجموع سه رقم فرد باشد؟

$$\binom{15}{3} + \binom{15}{2} \binom{15}{1}$$

یکی فرد ۲ تا زوج هر سه فرد

مثال

با پنج نقطه روی محیط دایره چه تعداد چند ضلعی محاطی می‌توان ساخت؟

$$\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 10 + 5 + 1 = 16$$

مثال

به چند طریق می‌توان به تعداد زوج از میان ۱۱ نفر انتخاب نمود؟

$$\binom{11}{2} + \binom{11}{4} + \binom{11}{6} + \binom{11}{8} + \binom{11}{10} = \binom{11}{2} - \binom{11}{1} = 2^{10} - 1$$

سوالات تستی فصل اول

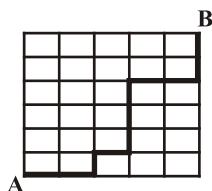
۱- شش نفر کارشناس مدیریت را به چند طریق می توان به ۳ شهر اعزام کرد به طوری که تعداد افراد اعزامی به دو شهر برابر نباشند؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۳۶۰

۲- کدام یک از معادلات زیر درست است ؟

$$\begin{aligned} (1) \quad \binom{2n}{r} &= \binom{n-1}{r} + \binom{n-1}{r-1} \\ (2) \quad \binom{n}{r} &= \binom{n-1}{r} + \binom{n-1}{r-1} \\ (3) \quad \binom{n}{r} &= \binom{n-1}{r} + \binom{\left\lfloor \frac{n-1}{2} \right\rfloor}{r-1} \\ (4) \quad \binom{2n}{r} &= \binom{n-1}{r} + \binom{\left\lfloor \frac{n-1}{2} \right\rfloor}{r} \end{aligned}$$

۳- شخصی با حرکت های قائم و افقی (به سمت بالا و جلو) می خواهد از A به B برود به چند طریق می تواند این عمل را انجام دهد (اول قائم بعد افقی یا بالعکس خط پر رنگ یک مثال از A به B رسیدن است؟



- (۱) ۴۰۰ (۲) ۵۶۰ (۳) ۵۰۰ (۴) ۴۶۲

۴- شخصی با ۵ نفر از دوستانش وارد اتاق می شود اگر خودش نشست بقیه به چند طریق می توانند در کنار او (در ردیف) بنشینند ؟

- (۱) ۵! (۲) ۶! (۳) ۴! (۴) ۷!

۵- اگر ۹ نفر در یک مسابقه شرکت کنند به چند طریق ممکن جوایز اول و دوم و سوم را می توانند دریافت کنند ؟

- (۱) ۸۴ (۲) ۵۰۴ (۳) ۶۳۵ (۴) ۳۰۲۴

پاسخنامه فصل اول

۱- گزینه «۴»

در کتاب بانک سوالات هم برای رشته مدیریت و هم برای رشته حسابداری آمده است

۲- گزینه «۲»

از جمله خواص ترکیب است که پیشتر در شرح درس آمده است

۳- گزینه «۴»

$$\frac{(n+m)!}{n!m!} = \frac{(5+6)!}{5! \times 6!} = \frac{11!}{5!6!} = 462$$

۴- گزینه «۲»

این شخص با دوستان خود دارای ۶ حالت است و ۵ نفر با خودشان دارای ۵! حالت می باشند

تعداد کل حالات ممکن $6! = 6 \times 5!$ می باشد

۵- گزینه «۲»

نفر اول هر یک از این ۹ نفر می توانند باشند و نفر دوم ۸ نفر باقی مانده می باشد و نفر سوم

از $(9-2=7)$ نفر انتخاب می شوند بنابراین تعداد حالات ممکن برابر $9 \times 8 \times 7 = 504$ می

باشد

فصل دوم:

احتمالات

فضای نمونه: در یک آزمایش ممکن است نتیجه‌ی قطعی آزمایش را نتوان گفت ولی می‌توان کلیه امکانات ممکن را برای آن معلوم کرد، برای مثال در پرتاب یک تاس امکان اینکه آزمایشی یکی از اعداد $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ باشد قطعی است یا در پرتاب یک سکه امکان اینکه آزمایش به جزء رو یا پشت حالت دیگری داشته باشد وجود ندارد. به کل حالات ممکن یک آزمایش تصادفی فضای نمونه آن آزمایش می‌گوییم.

مثال

در پرتاب دو تاس کل فضای نمونه را نوشته و شیوه محاسبه آن را از طریق آنالیز ترکیبی بدست آورید ؟
حل:

$$S = \left\{ \begin{array}{l} (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6) \\ (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6) \\ (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6) \\ (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6) \\ (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6) \\ (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6) \end{array} \right\}$$

حال بدون نوشتن تک تک اعضای فضای نمونه نیز می‌توانستیم با استفاده از آنالیز ترکیبی به تعدادی آن دست پیدا کنیم.

به عنوان توضیح چون تاس اول ۶ حالت برای آن وجود دارد و همچنین برای هر حالت تاس اول ۶ حالت نیز برای تاس دوم وجود دارد، از این رو $6 \times 6 = 36$ حالت داریم.

پیشامد: زیر مجموعه ای از فضای نمونه را پیشامد می‌گوییم.

به عبارت دیگر هر وقت از اعضای فضای نمونه عضو یا اعضای را انتخاب کنیم و تشکیل مجموعه جدیدی دهیم، مجموعه‌ی جدید پیشامدی از فضای نمونه است. برای مثال مجموعه اعداد زوج در

پرتاب یک تاس که زیر مجموعه‌ای از فضای نمونه است تشکیل پیشامد را می‌دهد که برابر مجموعه‌ی $\{۲, ۴, ۶\}$ می‌باشد همچنین مجموعه اعداد مضرب ۳ که برابر $\{۳, ۶\}$ می‌باشد نیز زیر مجموعه‌ی از فضای نمونه پرتاب یک تاس است که تشکیل پیشامدی دیگر می‌دهد.

نکته: به پیشامد ϕ ، پیشامد نشدنی و به پیشامد فضای نمونه S ، پیشامدی حتمی می‌گوییم و اگر پیشامدی دارای یک عضو باشد به آن پیشامدی ساده می‌گوییم.

نکته: به مجموعه‌ی همه زیر مجموعه‌های پیشامد A ، مجموعه توانی A می‌گوییم. و آن را با $p(A)$ نمایش می‌دهیم. تعداد اعضای $p(A)$ از دو به توان تعداد عضوهای مجموعه‌ی A محاسبه می‌شود. به عبارت دیگر می‌توان نوشت: $|p(A)| = 2^{|A|}$

مثال

مجموعه توانی مجموعه‌ی پیشامدهای اعداد فرد پرتاب یک تاس را بنویسید؟

حل: پرتاب یک تاس دارای ۶ برآمد $\{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\}$ می‌باشد که پیشامد اعداد فرد آن برابر $A = \{۱, ۳, ۵\}$ می‌باشد. حال $p(A)$ که تعداد کل زیر مجموعه‌های مجموعه A می‌باشد به فرم زیر داریم:

$$p(A) = \{\phi, \{۱\}, \{۳\}, \{۵\}, \{۱, ۳\}, \{۱, ۵\}, \{۳, ۵\}, A\}$$

یعنی $p(A)$ مجموعه‌ای از زیر مجموعه‌های صفر عضوی، یک عضوی، دو عضوی و سه عضوی مجموعه‌ی سه عضوی A می‌باشد.

احتمال A از نسبت تعداد عضوهای مجموعه‌ی پیشامد A به تعداد اعضای فضای نمونه می‌باشد. احتمال A را با $p(A)$ نشان می‌دهیم و P مخفف کلمه‌ی Probability به معنی احتمال است و به فرم ریاضی داریم:

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

نکته: احتمال ϕ صفر و احتمال S یک می‌باشد. چون $p(s) = ۱, p(\phi) = ۰$

$$p(s) = \frac{n(s)}{n(s)} = ۱, \quad p(\phi) = \frac{n(\phi)}{n(s)} = \frac{۰}{n(s)} = ۰$$

نکته: همواره احتمال A از کم‌ترین تا بیشترین مقدار خود یعنی از صفر تا یک می‌باشد.

$$۰ = p(\phi) \leq p(A) \leq p(s) = ۱ \Rightarrow ۰ \leq p(A) \leq ۱$$

• اجتماع دو پیشامد A, B که آن را با $A \cup B$ نمایش می‌دهیم زمانی است که از شما خواسته باشند که حداقل یکی از پیشامدهای A, B اتفاق بیفتد.

- اشتراک دو پیشامد A, B که آن را با $A \cap B$ نمایش می‌دهیم زمانی است که از شما خواسته باشند که هم A و هم B زمان اتفاق افتاده باشد.

مثال

اگر A پیشامد فرد آمدن تاس و B پیشامد مضرب ۳ آمدن تاس باشد در این صورت احتمال $p(A \cap B), p(A \cup B)$ را تعیین کنید؟ چه رابطه ای می‌توان بین آنها یافت؟

حل: پیشامد فرد آمدن عبارت است از $A = \{1, 3, 5\}$ و پیشامد مضرب ۳ آمدن عبارت است از $B = \{3, 6\}$ و فضای نمونه پرتاب تاس عبارت است از $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ در این صورت داریم:

$$n(A) = 3, n(B) = 2, n(S) = 6$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6\}, A \cap B = \{3\} \Rightarrow n(A \cup B) = 5, n(A \cap B) = 1$$

$$p(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{5}{6} = \frac{5}{6}, p(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow p(A \cup B) = \frac{5}{6}, p(A) = \frac{1}{2}, p(B) = \frac{1}{3}, p(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} \Rightarrow p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

تذکر: اگر اشتراک دو پیشامد A, B تهی باشد به آن دو پیشامد ناسازگار یا جدا از هم می‌گوییم و چنان چه دو پیشامد دارای اشتراکی ناتهی باشد دو پیشامد را سازگار می‌گوییم.

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow A, B \text{ ناسازگار است}$$

$$A \cap B \neq \emptyset \Rightarrow \exists x \in A \cap B \Rightarrow A, B \text{ سازگار است}$$

• اگر دو پیشامد A, B داشته باشیم که از بین آن‌ها حداقل یکی از A, B اتفاق بیافتد از $A \cup B$ و اگر حتما هم A و هم B اتفاق بیافتد از $A \cap B$ اتفاق می‌افتد و اگر A اتفاق بیافتد ولی B اتفاق نیفتد از $A - B$ یا $A \cap B'$ استفاده می‌کنیم و اگر B اتفاق بیافتد ولی A اتفاق نیفتد از $B - A$ یا $B \cap A'$ استفاده می‌کنیم و اگر هیچ یک از A, B اتفاق نیفتد $A' \cap B'$ یا بنا به قاعده دمورگان $(A \cup B)'$ استفاده می‌کنیم و یا اینکه حداقل یکی از A, B اتفاق بیفتد، یعنی A اتفاق بیفتد یا B اتفاق بیفتد یا اینکه نه A و نه B اتفاق بیفتد.

$$\text{یعنی داریم: } (A \cap B') \cup (A' \cap B) \cup (A' \cap B')$$

مثال

در یک شرکت مخابراتی ۲۲ درصد کارکنان آن عینکی هستند و ۴۵ درصد آنها نیز ماشین دارند و ۵ درصد آن ها هم عینکی و هم صاحب ماشین هستند.

الف- چند درصد از کارکنان این شرکت عینکی نیستند و ماشین دارند.

ب- چند درصد از کارکنان این شرکت نه ماشین دارند و نه عینکی هستند.

حل: اگر عینکی بودن را با G و ماشین داشتن را با C نشان دهیم آن گاه

$$p(G) = 0/22, p(C) = 0/45, p(G \cap C) = 0/05$$

الف: احتمال عینکی نبودن و ماشین داشتن برابر $p(G' \cap C)$ می باشد که به فرم زیر محاسبه می شود.

$$p(G' \cap C) = p(C - G) = p(C) - p(C \cap G) = 0/45 - 0/05 = 0/4$$

ب: برای محاسبه درصد نه ماشین داشتن و نه عینک داشتن از $p(G' \cap C')$ استفاده می کنیم.

$$p(G' \cap C') = p(G \cup C)' = 1 - p(G \cup C) = 1 - (p(G) + p(C) - p(G \cap C))$$

$$= 1 - (0/22 + 0/45 - 0/05) = 0/38$$

دو پیشامد مستقل A, B دو پیشامد B, A را مستقل می گوئیم هرگاه $p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$ باشد.

مثال

پیشامد A با احتمال $p(A) = 0/32$ و پیشامد B با احتمال $p(B) = 0/24$ می باشد مطلوب است: احتمال $p(A \cup B)$ ؟

حل: از آنجایی که در صورت سوال هیچ اشاره ای به مستقل بودن و یا ناسازگاری بودن نشده است از این رو برای احتمال ناسازگار بودن داریم $p(A \cap B) = 0$ از این رو می توان نوشت:

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0/32 + 0/24 - 0 = 0/56$$

ولی چنان چه احتمال مستقل بودن را برای دو پیشامد A, B در نظر می گرفتیم آن گاه طبق تعریف استقلال دو پیشامد

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B) = (0/32)(0/24) = 0/0768$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0/32 + 0/24 - 0/0768 = 0/4832$$

مثال

در کیسه ای ۳ مهره سیاه و ۴ مهره سفید و ۷ مهره سبز موجود است. اگر سه مهره به تصادف انتخاب کنیم هر یک از احتمال های زیر را محاسبه کنید.

الف) هر سه مهره سبز باشند

ب) هیچ مهره ای هم رنگ نباشد

ج) همه مهره هم رنگ باشد

د) حداقل یک مهره سیاه باشد

حل الف: برای محاسبه احتمال همان طور که بیشتر گفتیم در مخرج کسر همیشه تعداد عضوهای فضای نمونه (همه ی حالات ممکن) قرار می گیرد و در صورت کسر پیشامد قرار می گیرد لذا می توان نوشت تعداد کل انتخاب ها (فضای نمونه) برابر $\binom{14}{3}$ می باشد و فضای پیشامد آن دارای انتخاب ۳ تا از ۷ مهره ی سبز است $\binom{7}{3}$ لذا می توان نوشت:

$$p(A) = \frac{\binom{7}{3}}{\binom{14}{3}}$$

حل ب: اگر مهره ها هم رنگ نباشد لذا از هر سه مهره یکی یک مهره انتخاب می کنیم لذا $\binom{7}{1}$ و $\binom{4}{1}$ و $\binom{3}{1}$ از این رو بنابه اصل ضرب آن ها را در هم ضرب کرده و داریم:

$$p(B) = \frac{\binom{7}{1} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{3}{1}}{\binom{14}{3}} = \frac{7 \times 4 \times 3}{\frac{14!}{3!11!}} = \frac{3}{13}$$

حل ج: اگر بخواهد هر سه مهره هم رنگ باشد بایستی هر سه سفید $\binom{4}{3}$ و یا هر سه سیاه باشند

$\binom{3}{3}$ و یا هر سه مهره سبز باشد $\binom{7}{3}$ لذا تعداد کل پیشامدهای ممکن بنابه اصل جمع می باشد.

$$\binom{3}{3} + \binom{4}{3} + \binom{7}{3}$$

$$p(C) = \frac{n(c)}{n(s)} = \frac{\binom{3}{3} + \binom{4}{3} + \binom{7}{3}}{\binom{14}{3}} = 0/11$$

حل د: منظور از حداقل یک مهره سیاه این است که یا یک مهره سیاه داشته باشیم و بقیه از سفید و سبز باشند. $\binom{3}{3}\binom{11}{2}$ و یا دو مهره سیاه دیگری سفید یا سبز است. $\binom{3}{2}\binom{11}{1}$ و یا اینکه هر سه سیاه باشند که $\binom{3}{3}$ حالت می باشد.

$$n(D) = \binom{3}{3}\binom{11}{2} + \binom{3}{2}\binom{11}{1} + \binom{3}{3} = 199$$

$$p(D) = \frac{199}{\binom{14}{3}} = 0/55$$

سوال‌ات تستی فصل دوم

۱- در یک تاس ناسالم احتمال آمدن هر شماره متناسب با وارون عدد آن است با کدام احتمال در پرتاب این تاس عدد زوج ظاهر می‌شود؟

$$(1) \frac{29}{60} \quad (2) \frac{31}{60} \quad (3) \frac{45}{147} \quad (4) \frac{55}{147}$$

۲- شش نفر کارشناس مدیریت را به چند طریق می‌توان به ۳ شهر اعزام کرد به طوری که تعداد افراد اعزامی به دو شهر برابر نباشند؟

$$(1) 60 \quad (2) 180 \quad (3) 240 \quad (4) 360$$

۳- شش نفر دانشجو که دو نفر آنان از گروه مدیریت دو نفر از گروه حسابداری و دو نفر دیگر از گروه آمار می‌باشند دور یک میز گرد می‌نشینند. با کدام احتمال افراد هم گروه کاملاً مقابل هم قرار می‌گیرند؟

$$(1) \frac{1}{15} \quad (2) \frac{1}{12} \quad (3) \frac{1}{8} \quad (4) \frac{1}{6}$$

۴- ارقام ۳ و ۳ و ۲ و ۱ و ۱ به تصادف کنار هم قرار می‌گیرند با کدام احتمال بین هر دو رقم یکسان دو رقم متمایز قرار می‌گیرند؟

$$(1) \frac{1}{10} \quad (2) \frac{1}{12} \quad (3) \frac{1}{15} \quad (4) \frac{1}{18}$$

۵- در یک آزمایش مهارت احتمال موفقیت دو نفر به ترتیب $\frac{3}{5}$ و $\frac{1}{2}$ است. با کدام احتمال لاقل یکی از آن دو موفق می‌شوند؟

$$(1) \frac{2}{3} \quad (2) \frac{3}{4} \quad (3) \frac{4}{5} \quad (4) \frac{5}{6}$$

۶- اعداد ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ بر روی ۶ مهره یکسان نوشته شده اند اگر دو مهره را با هم بیرون آوریم با کدام احتمال مجموع اعداد این دو مهره مضرب ۳ خواهد بود؟

$$(1) \frac{1}{3} \quad (2) \frac{1}{4} \quad (3) \frac{2}{5} \quad (4) \frac{4}{15}$$

۷- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار مجموع دو عدد رو شده ۷ باشد با کدام احتمال تعداد دفعات پرتاب شده فرد است؟

$$(1) \frac{1}{2} \quad (2) \frac{5}{9} \quad (3) \frac{5}{11} \quad (4) \frac{6}{11}$$

۸- پنج رقم ۲ و ۱ و ۱ و ۱ و ۱ را به تصادف در کنار هم قرار می‌دهیم احتمال اینکه عدد پنج رقمی حاصل زوج باشد کدام است؟

۰/۳ (۱) ۰/۴ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۶ (۴)

۹- ۵ کارمند را در اطاق های ۳ و ۲ نفره به تصادف جای می‌دهیم احتمال اینکه دو نفر از آنها در یک اطاق جای نداشته باشد کدام است؟

۰/۳ (۱) ۰/۴ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۶ (۴)

۱۰- دو تاس را به طور متوالی پرتاب می‌کنیم احتمال اینکه عدد تاس دوم حداقل ۲ واحد از عدد تاس اول بیشتر باشد کدام است؟

$\frac{2}{9}$ (۱) $\frac{5}{18}$ (۲) $\frac{7}{18}$ (۳) $\frac{11}{36}$ (۴)

پاسخنامه فصل اول

۱- گزینه «۴»

۲- گزینه «۴»

۳- گزینه «۱»

۴- گزینه «۳»

۵- گزینه «۳»

۶- گزینه «۱»

۷- گزینه «۴»

۸- گزینه «۲»

۹- گزینه «۲»

۱۰- گزینه «۲»