



مجموعه نکته و تست

مشاوره

مشاوره مدرسه، مشاوره شغلی، مشاوره خانواده، مشاوره توانبخشی



مجموعه نکات طلایی و آزمونی طبقه‌بندی شده

شامل ۳۰۰۰ نکته مهم و کلیدی از مباحث آزمون



سؤالات طبقه‌بندی شده براساس سر فصل‌های مصوب

با پاسخ‌های کاملاً تشریحی همراه با رفرنس‌دهی

- ۱ آمار و روش‌های تحقیق
- ۲ مبانی مشاوره و راهنمایی
- ۳ روش‌ها و فنون راهنمایی در مشاوره
- ۴ نظریه‌های مشاوره و روان‌درمانی
- ۵ کاربرد آزمون‌های روانی در مشاوره
- ۶ روانشناسی شخصیت

مؤلفین:

علی بیگی

و گروه مؤلفین اندیشه ارشد

انتشارات
اندیشه ارشد

فهرست

عنوان	صفحه
نکات کلیدی و طلایی آمار و روش تحقیق.....	۵
سوالات طبقه بندی شده آمار و روش تحقیق.....	۸۸
پاسخنامه سوالات طبقه بندی شده آمار و روش تحقیق.....	۱۰۷
نکات کلیدی و طلایی مبانی مشاوره و راهنمایی.....	۱۲۷
سوالات طبقه بندی شده مبانی مشاوره و راهنمایی.....	۱۶۲
پاسخنامه سوالات طبقه بندی شده مبانی مشاوره و راهنمایی.....	۱۸۰
نکات کلیدی و طلایی روش ها و فنون راهنمایی در مشاوره.....	۲۱۹
سوالات طبقه بندی شده روش ها و فنون راهنمایی در مشاوره.....	۲۵۰
پاسخنامه سوالات طبقه بندی شده روش ها و فنون راهنمایی در مشاوره.....	۲۶۹
نکات کلیدی و طلایی نظریه های مشاوره و روان درمانی.....	۲۹۹
سوالات طبقه بندی شده نظریه های مشاوره و روان درمانی.....	۳۴۵
پاسخنامه سوالات طبقه بندی شده نظریه های مشاوره و روان درمانی.....	۳۶۱
نکات کلیدی و طلایی کاربرد آزمون های روانی در مشاوره.....	۳۹۳
سوالات طبقه بندی شده کاربرد آزمون های روانی در مشاوره.....	۴۴۱
پاسخنامه سوالات طبقه بندی شده کاربرد آزمون های روانی در مشاوره.....	۴۵۸
نکات کلیدی و طلایی روانشناسی شخصیت.....	۴۸۴
سوالات طبقه بندی شده روانشناسی شخصیت.....	۵۲۴
پاسخنامه سوالات طبقه بندی شده روانشناسی شخصیت.....	۵۴۲

فصل اول

آمار و روش تحقیق

● آمار توصیفی:

هدف آمار: آمار برای روش‌های علمی که در تجزیه و تحلیل داده‌های مقداری به کار برده می‌شوند چارچوبی فراهم می‌کند.

● آمار توصیفی:

طبقه بندی - خلاصه کردن - پژوهش و تفسیر اطلاعات

● آمار استنباطی با استفاده از اطلاعات جمع آوری شده از نمونه کوچکی از آزمودنی‌ها ویژگی‌های جامعه‌ای که نمونه از آن انتخاب شده برآورد یا استنباط می‌شود.

● غالباً مفید ترین و در عین حال اولین قدم در سازمان دادن به داده‌ها مرتب کردن آنها بر اساس یک ملاک منطقی است.

● آمار توصیفی به آن دسته از روش‌هایی گفته می‌شود که به پژوهشگر در طبقه بندی، خلاصه کردن، توصیف و تفسیر و برقراری ارتباط از طریق اطلاعات جمع آوری شده کمک می‌کند

● هدف پژوهشگر در آمار استنباطی نوعاً عبارت است از تعمیم اصول و یافته‌ها به نحوی که قادر باشد حوادث را تبیین و پیش‌بینی کند.

● جامعه:

ماهیت پژوهش تعیین کنندگی دامنه جامعه است.

● هدف نهایی آمار استنباطی برآورد ویژگی عددی یک جامعه است.

● پارامتر:

عبارت است از ویژگی عددی یک جامعه. مثال: متوسط قد دانش آموزان شهری پارامتر جامعه: متوسط قد

● اولین قدم در پژوهش علمی. تعریف جامعه بر اساس ویژگی مورد علاقه و سپس انتخاب یک نمونه از جامعه با استفاده از روش‌های مناسب.

● بر اساس شباهتی که بین ویژگی‌های نمونه و جامعه‌ای که نمونه از آن انتخاب شده است برآورد پارامتر جامعه امکان پذیر می‌باشد.

● معرف یا نماینده‌ی واقعی بودن نمونه، غالباً از طریق انتخاب نمونه به صورت تصادفی امکان پذیر می‌باشد.

● آماره: اندازه‌هایی که از نمونه به دست می‌آیند (نظیر متوسط نمره‌های یک آزمون)

● آماره عبارت است از ویژگی‌های کمی که یک نمونه را توصیف می‌کند. همانطور که پارامتر یکی از ویژگی‌های جامعه را تعیین می‌کند، آماره نیز یکی از ویژگی‌های نمونه را توصیف می‌کند. معمولاً پارامتر با حروف یونانی و آماره‌ها را با حروف انگلیسی نشان می‌دهند.

ویژگی یا شاخص	میانگین	واریانس	انحراف استاندارد	نسبت	همبستگی	تعداد مشاهدات
نمونه	$\bar{X}$ یا M	S^2	S	p	r	n
جامعه	μ	σ^2	σ	π	ρ	N

● نکته: آماره پارامتر را برآورد می‌کند.

● متغیر:

متغیر بر اساس نقشی که در پژوهش به عهده دارد به دو دسته مستقل و وابسته تقسیم می‌شود. متغیر مستقل متغیر پیش فرض است و از طریق آن تغییرات متغیر وابسته اندازه‌گیری می‌شود. محقق متغیر مستقل را دستکاری می‌کند تا تاثیرات آن را بر تغییرات متغیر وابسته مشخص کند.

● در موارد بسیاری از (متغیرهای پیوسته) ناگزیریم اعداد را به صورت کلی برای اندازه‌گیری به کار ببریم به عنوان نمونه، بهره‌ی هوشی به لحاظ نظری، یک متغیر پیوسته است. اما در عمل، آزمونی که برای اندازه‌گیری به کار برده می‌شود، نمره‌ی حاصل را به صورت کلی یا نمره‌های گسسته نشان می‌دهد.

● غالباً در پژوهش، متغیرهایی که به طور ذاتی پیوسته هستند به صورت گسسته مورد بحث قرار می‌گیرند به عنوان مثال، سن یک متغیر پیوسته است اما در برخی پژوهش‌ها سن آزمودنی‌های به صورت طبقه بندی شده مورد مطالعه قرار می‌گیرد (کمتر از ۲۰ سال) یا نمره‌ای آزمون‌های پیشرفت تحصیلی که ماهیت پیوسته دارند به صورت قبول و رد مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند.

● حدود واقعی هر عددی ۰/۵ واحد بالاتر و پائین تر آن عدد

مثلاً حدود واقعی عدد ۱۲ $\Leftarrow ۱۱/۵ - ۱۲/۵$

حدود واقعی ۲۰/۵ $\Leftarrow ۲۰/۵۵ - ۲۰/۴۵$

● نکات: میزان اضطراب در یک فرد وهم چنین توانایی خواندن به عنوان متغیر پیوسته در نظر گرفته شده‌اند.

● اساسی‌ترین فعالیت در هر پژوهش، اندازه‌گیری است.

● مقیاس‌های اندازه‌گیری

۱-مقیاس اسمی ۲-مقیاس ترتیبی ۳-مقیاس فاصله‌ای ۴-مقیاس نسبی

● مقیاس اسمی:

ابتدایی‌ترین مقیاس، مقیاس اسمی است که در آن افراد یا اشیا در طبقاتی با نام‌های مختلف جایگزین می‌شوند.

● مقیاس ترتیبی:

همانند مقیاس اسمی به طبقه بندی و نام گذاری طبقه‌ها می‌پردازد. اما علاوه بر آن به ترتیب طبقه‌ها نیز نظر دارد. اعدادی که در این مقیاس برای مرتب کردن به کار می‌روند بیان‌کننده‌ی کمیت مطلق موضوع اندازه‌گیری نیستند. همچنین فاصله در طبقه را نمی‌توان مساوی فرض کرد.

● مقیاس فاصله‌ای:

طبقه بندی + نام گذاری + ترتیب + فاصله
به این وسیله می‌توانیم فاصله‌های موجود بین افراد، اشیاء، یا رویدادها را مشخص کنیم. در این مقیاس بعضی از عملیات ریاضی را می‌توانیم اجرا کنیم.
محدودیت این مقیاس این است که در این مقیاس، صفر مطلق وجود ندارد.
نکته: تمام نمرات آزمون‌ها به صورت مقیاس فاصله‌ای می‌باشند.

● مقیاس نسبی:

این مقیاس بالاترین سطح اندازه‌گیری است. در این مقیاس صفر مطلق نیز وجود دارد و هم‌چنین امکان انجام کلیه عملیات ریاضی نیز وجود دارد.

مثال‌ها:

- ۱- طبقه بندی دانش آموزان به صورت پرتلاش و کم تلاش ———→ اسمی
 - ۲- حسین در سال ۱۳۷۵، حسن در سال ۱۳۶۰ متولد شده است ———→ نسبی
 - ۳- درجه‌های روی خط کش ———→ نسبی
 - ۴- رتبه بندی دانش آموزان بر اساس وزن آنها ———→ ترتیبی
 - ۵- نمره های دانش آموزان کلاس سوم در درس علوم ———→ فاصله ای
- ضرب و جمع اعداد در مقیاس فاصله‌ای، باز هم مقیاس فاصله‌ای را به وجود می‌آورد.
علی به سوال های آزمون در ۳۵ دقیقه و احمد به همان سوال‌ها در ۲۵ دقیقه جواب می‌دهد.
————→ مقیاس مورد استفاده نسبی است.

● طبقه بندی متغیرها بر اساس واحد اندازه‌گیری:

متغیر گسسته: متغیری است که واحد‌های شمارش آن در طول یک مقیاس مساوی است و بین دو مقدار متوالی آن نمی‌توان مقدار دیگری را پیدا کرد.
برای مثال: تعداد فرزندان یک خانواده یک متغیر گسسته است.
متغیر پیوسته: متغیری است که هر عدد یا ارزشی را می‌توان به آن اختصاص داد و آن را می‌توان به بخش‌های کوچکتری تقسیم نمود.

● برای مثال: مدت زمان صرف شده برای مطالعه یک متغیر پیوسته است.

قد یک مقیاس نسبی است. قد علی اکبر ۱۶۷ "س" است ———→ مقیاس نسبی
وزن یک مقیاس نسبی است. علی سنگین‌ترین دانش آموز کلاس است ———→ مقیاس نسبی

مسافتی یک اتومبیل با یک لیتر بنزین میتواند طی کند ← متغیر پیوسته
حمید در آزمون ریاضی نمره ۹۰ گرفته است ← مقیاس فاصله‌ای

● توزیع فراوانی:

عبارت است از سازمان دادن به اندازه‌ها یا مشاهده‌ها به وسیله در آوردن آنها در قالب طبقه‌ها همراه با ذکر فراوانی هر طبقه...

برای این منظور در ستون X اعداد را از بزرگ به کوچک مرتب می‌کنیم.
هنگامی که تفاضل بین بزرگترین و کوچکترین نمره‌ها عدد مساوی یا بزرگتر از ۲۰ باشد از توزیع فراوانی طبقه‌بندی شده استفاده می‌شود.

● نحوه‌ی ساختن توزیع فراوانی طبقه بندی شده:

- اولین مرحله در ساختن جدول توزیع فراوانی طبقه بندی شده محاسبه دامنه‌ی تغییرات است.
- دامنه تغییرات برابر است با تفاضل بزرگترین عدد از کوچکترین عدد به اضافه یک (اضافه کردن یک به خاطر در نظر گرفتن حدود واقعی اعداد است).

$$R = X_H - X_L + 1 \longrightarrow \text{در نظر گرفتن حدود واقعی اعداد}$$

$\downarrow$
دامنه

$\searrow$
بزرگترین

$\swarrow$
کوچکترین

- انتخاب تعداد طبقه‌ها اختیاری است (معمولاً بین ۱۰ - ۲۰) در صورتی که تعداد طبقه‌ها کمتر از ۱۰ باشد اندازه‌ی طبقه‌ها بزرگ می‌شود همین امر موجب از دست دادن اطلاعات بیشتری می‌شود. و چنانچه از ۲۰ بیشتر باشد وقت گیر است.

- قانون استرژ یک فرمول برای به دست آوردن تعداد طبقات است.

$$K = 1 + 3 / 3 \log_n$$

- اندازه‌ی حجم هر طبقه (i) از تقسیم دامنه تغییرات بر تعداد طبقات به دست می‌آید.

$$i = \frac{\text{دامنه تغییرات}}{\text{تعداد طبقات}}$$

- توجه داشته باشیم که برای نوشتن طبقه‌ها از پائین شروع می‌کنیم و با عددی شروع می‌کنیم که فاصله طبقه‌ها مضربی از آن باشد. مثلاً چنانچه کوچکترین عدد ۲۸ و فاصله طبقه‌ها ۳ باشد بنابراین اولین طبقه با ۲۷ شروع می‌شود.

مثال:

در یک توزیع فراوانی که بزرگترین عدد ۴۹ و کوچکترین عدد ۵ است چون

$$R = 49 - 5 + 1 = 45$$

$$k = 15 \quad \text{اگر}$$

$$i = \frac{45}{15} = 3$$

در نتیجه اولین طبقه آن چون فاصله طبقات ۳ است و کوچکترین مضرب آن در این توزیع ۳ خواهیم داشت $\leftarrow 3-5$ و با حدود واقعی $5/5 - 2/5$

● **توزیع فراوانی تراکمی:**

زمانی که محقق بخواهد تعداد نمره‌هایی که کمتر از نمره‌ی معینی وجود دارد را تعیین کند. چنین اطلاعاتی را می‌توان به سهولت از جدول توزیع فراوانی تراکمی به دست آورد. این فراوانی از جمع کردن فراوانی‌ها به صورت متوالی از پائین‌ترین طبقه به طبقه‌های بعدی به دست می‌آید. و با Cf نشان داده می‌شود.

● **نکته:** فراوانی بالاترین طبقه برابر مجموع فراوانی‌های توزیع نمره‌های یعنی N است.

● برای به دست آوردن فراوانی تراکمی درصدی: فراوانی ترکیبی هر طبقه را به N تقسیم و در ۱۰۰ ضرب می‌کنیم.

$$\frac{cf}{n} * 100$$

● **یک توزیع فراوانی را می‌توان با چند نوع نمودار نمایش داد:**

هیستوگرام

ستونی

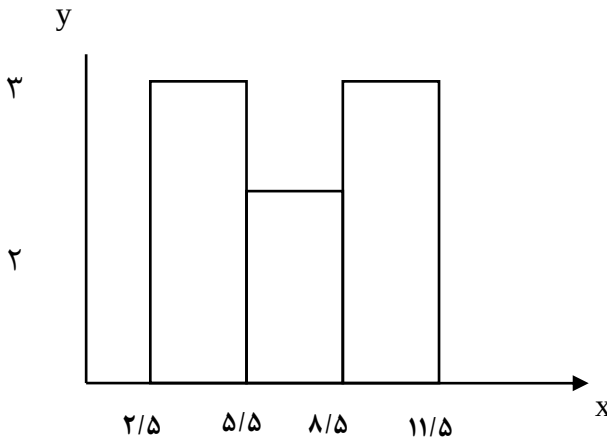
چند ضلعی

چند ضلعی تراکمی یا اجایو

الف) هیستوگرام

این نمودار از ستون‌های به هم چسبیده تشکیل شده است اتصال ستون‌ها در هیستوگرام موجب می‌شود که این نمودار برای نمایش داده‌های ناشی از اجرای متغیرهای پیوسته وسیله مناسبی باشد. این نمودار برای نمایش متغیرهایی که با استفاده از مقیاس‌های فاصله‌ای - نسبی اندازه‌گیری شده‌اند به کار برده می‌شود. در این نمودار هر ستون نشان دهنده‌ی یک طبقه از اعداد است. عرض هر ستون برابر با فاصله طبقه و ارتفاع آن مساوی فراوانی هر طبقه است.

● ساختن هیستوگرام:



● نمایش ویژگی‌های مورد اندازه‌گیری

روی این محور با فواصل مساوی حدود واقعی پایین و بالای طبقات نوشته می‌شود. البته عمل تقسیم بندی محور X را می‌توان با استفاده از نقاط میانی هر طبقه نیز انجام داد. هر یک از طبقه‌ها را که در روی محور افقی مشخص شده است با استفاده از مستطیلی که عرض آن برابر فاصله همان طبقه است و ارتفاعش برابر فراوانی همان طبقه است ترسیم می‌کنیم.

● نمودار ستونی:

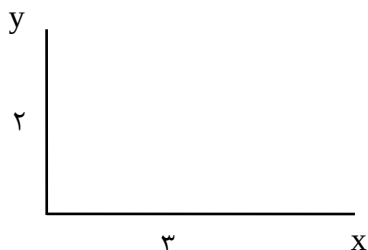
همانند نمودار هیستوگرام است اما ستون‌های آن مجزا از یکدیگر هستند. برای داده‌هایی که به متغیرهای گسسته تعلق داشته باشند و با استفاده از مقیاس اسمی اندازه‌گیری شده باشد، ارتفاع هر ستون (مستطیلی) برابر فراوانی هر گروه یا طبقه است و عرض همان ستون برای نمایش هر گروه یا طبقه به کار برده می‌شود.

● هیستوگرام ← پیوسته، فاصله‌ای - نسبی

● ستونی ← گسسته، اسمی

● نمودار چند ضلعی

نمودار چند ضلعی از تمام نمودارهایی که به منظور توزیع‌های آماری به کار برده می‌شود مورد استفاده بیشتری دارد و دلیل آن هم سهولت ساختن و توصیف آن است. در این نمودار طور محول X و Y معمولاً به نسبت ۳ به ۲ یا ۴ به ۳ ترسیم می‌شود. یعنی به عنوان مثال چنانچه طور محور X ، ۶۰ "س" انتخاب شود طول محور Y برابر با ۴۰ "س" خواهد شد



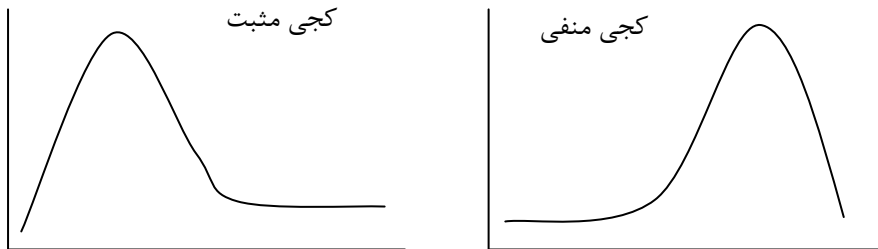
اگر نقطه‌های وسط قاعده‌های بالایی مستطیل‌های نمودار هیستوگرام را به هم وصل کنیم یک خط شکسته به دست می‌آید که آن را نمودار چند ضلعی می‌نامند. برای ترسیم نمودار چند ضلعی بر روی محور X از نماینده‌ی هر طبقه که همان نقطه‌ی میانی هر طبقه است استفاده می‌کنیم.

● نکته: غالباً در ابتدا و پایان محور افقی دو طبقه در نظر گرفته می‌شود که فراوانی آن صفر است. یعنی هیچ نمره‌ای در این طبقات واقع نشده است. اضافه کردن آنها فقط به خاطر آن است که شروع و خاتمه چند ضلعی به محور افقی ختم شود. (و به کار بردن علامت □ □ در روی محور X به این خاطر است که فاصله نمره ۰ تا اولین عدد روی محور X مساوی انتخاب نشده است. ترسیم نمودار چند ضلعی در شرایطی که دو دسته فراوانی مختلف وجود دارد: در چنین شرایطی بهترین راه تبدیل فراوانی‌ها به درصد یا نسبت و ترسیم آنهاست. بنابراین فراوانی‌های جدول را این گونه به درصد تبدیل می‌کنیم.

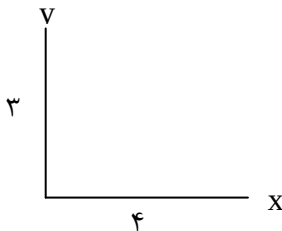
● فراوانی هر طبقه را به مجموع فراوانی طبقات تقسیم می‌کنیم و سپس حاصل را در ۱۰۰ ضرب می‌کنیم پس از محاسبه درصد‌های طبقات یا به عبارت دیگر تبدیل دو دسته فراوانی به درصد، به ترسیم نمودار چند ضلعی می‌پردازیم.

	F_1	F_2	P_1	P_2	
۱۵۰-۱۵۹	۱	۱۰	۰/۶	۲	$\rightarrow \frac{1}{18} \times 100 = 0/6$
۱۴۰-۱۴۹	۴	۲۰	۲/۲	۴	
۱۳۰-۱۳۹	۸	۴۰	۴/۴	۸	
	$\vdots$	$\vdots$			
	$\Sigma F_1 = 180$		$\Sigma F_2 = 500$		

- شکل های مختلف نمودار چند ضلعی
- منحنی دارای کجی مثبت یا کجی منفی:
- توزیع زمانی دارای کجی منفی یا کجی به چپ نامیده می شود که دنباله چپ منحنی طولانی تر از دنباله راست آن باشد. و زمانی دارای کجی مثبت است که دنباله راست منحنی طولانی تر از دنباله چپ آن است.
- نکته:
- نمره های منحنی کجی منفی به یک آزمون ساده تعلق دارد. زیرا در آن اکثر نمره ها در سطح بالایی قرار دارند و منحنی کجی مثبت مربوط به یک آزمون مشکل است.



- نمودار چند ضلعی تراکمی (اجایو)
- این نمودار وقتی مفید است که پژوهشگر علاقه مند باشد وضعیت یک نمره یا یک فرد را نسبت به بقیه نمره ها یا افراد مشخص کند. به عنوان مثال تعیین کند که نمره ای از چند درصد نمره ها بیشتر یا کمتر است.
- برای ترسیم نمودار چند ضلعی تراکمی ابتدا فراوانی تراکمی هر طبقه محاسبه می شود و سپس آنها را بر روی محور عمودی Y قرار داده و نمودار مورد نظر را ترسیم می کنیم.
- توجه داشته باشیم که به منظور صداقت در ترسیم هیستوگرام و برای انتقال درست اطلاعات بهترین نسبت ممکن بین محور طولی و عرضی (X و Y) می بایست رعایت شود که بهترین نسبت ۳ به ۴ ذکر شده است.



- در نمودار چند ضلعی نقاط وسط هر طبقه بر روی محور X و فراوانی‌های طبقه بر روی محور Y مشخص می‌شود. هیستوگرام اطلاعات را به صورت گسسته نمایش می‌دهد. در صورتی که نمودار چند ضلعی اطلاعات را به صورت پیوسته نشان می‌دهد.
- به نمودار چند ضلعی که یک برآمدگی یا یک نقطه که دارای بزرگترین فراوانی است داشته باشد، تک نمایی می‌گویند.

- اندازه‌های گرایش مرکزی

- ساده‌ترین روش برای تعیین جایگاه یا موقعیت کلی نمره‌ها محاسبه یکی از شاخص‌های مرکزی به نام معدل است.
- سه شاخص گرایش مرکزی یعنی نما، میانه و میانگین وجود دارد که این سه شاخص به منظور کسب اطلاعات درباره‌ی معدل نمره‌ها در توزیع به کار برده می‌شود.
- **نما:** نما ساده‌ترین شاخص گرایش مرکزی است. عددی که دارای بیشترین فراوانی است.
- از آنجا که نما همیشه در مرکز توزیع فراوانی قرار ندارد به همین دلیل نمی‌توان به عنوان یک شاخص مرکزی به آن اطمینان داشت.
- نما مخصوصاً در گروه‌های کوچک دارای اعتبار نیست. زیرا میزان آن فقط تابع چند عدد است.
- پژوهش‌گران معمولاً هنگامی از نما استفاده می‌کنند که مایل باشند بینش کلی درباره شاخص مرکزی به دست آورند
- **نکته:** نما تنها زمانی به عنوان یک شاخص مرکزی است که با مقیاس اسمی به کار برده می‌شود.
- نما از بین شاخص‌های مرکزی دارای کمترین مفروضه است. و زمانی به کار گرفته می‌شود که به تعیین شاخص مرکزی به صورت تقریبی و سریع نیاز داشته باشیم.
- این شاخص (نما) در باره ی گرایش مرکزی توزیع نمره‌ها اطلاعی به ما نمی‌دهد.
- **نکته:** اگر نیمی از دانشجویان کلاس تهرانی و نیمی دیگر شهرستانی باشند، نموداری، وضعیت سکونت دانشجویان را نشان می‌دهد دونمایی است.
- **میانه:** نقطه وسط در توزیع نمره‌ها ست
- اولین قدم در محاسبه میانه مرتب کردن اعداد از کوچک به بزرگ است.
- **توجه:** وقتی که تعداد نمره‌ها در توزیعی زوج باشد میانه عبارت است از معدل دو نمره‌ای که وسط واقع شده‌اند.

● محاسبه میانه:

هنگامی که نمره‌ی عددی که توزیع را به دو قسمت تقسیم می‌کند تکراری باشد یا به عبارت دیگر دارای فراوانی بیشتر از یک باشد (میانه از طریق محاسبه به دست می‌آید) در این جور موارد ابتدا پس از مرتب کردن داده‌ها تعداد آن‌ها را به ۲ تقسیم می‌کنیم تا نقطه‌ای را که میانه قرار است بر آن باشد را مشخص کنیم. مثلاً در توزیع زیر

۳-۳-۴-۵-۶-۶-۸-۹-۱۰

تعداد داده‌ها برابر با ۹ است. بنابراین $\frac{9}{2}$ برابر با ۴/۵، که ۴/۵ نقطه‌ای است که قرار است نیمی از داده‌ها در پائین آن و نیمی دیگر در بالای آن قرار گیرند. در صورتی که از پائین ترین عدد شروع به شمارش کنیم متوجه می‌شویم چهار عدد در زیر ۵/۵ (به عنوان عدد حد پائین عدد ۶) قرار دارد. بنابراین برای رسیدن به ۴/۵ یعنی میانه به ۰/۵ نیاز داریم. چون عدد ۶، ۲ بار تکرار شده خواهیم داشت:

$$\begin{array}{ccc} 5/5 + \frac{0/5}{2} = 5/75 & & \\ \downarrow & \searrow & \\ \text{حدپایین عدد ۶} & & \text{به تعداد تکرار شدن عدد مورد نظر} \end{array}$$

● محاسبه میانه در داده‌های طبقه بندی شده:

$$Md = L + \frac{\frac{N}{2} - cf}{F} (i)$$

● طریقه یافتن طبقه میانه:

ابتداً $\frac{N}{2}$ را محاسبه می‌کنیم. حدپایین و در ستون فراوانی تراکمی به دنبال عددی می‌گردیم که

بزرگتر مساوی $\frac{N}{2}$ باشد و آن طبقه را به عنوان میانه انتخاب می‌کنیم.

فراوانی طبقه‌ای که میانه در اون قرار دارد: L:

فراوانی تراکمی طبق‌ها قبل از میانه: cf

فراوانی مطلق: f

فاصله طبقاتی: L

تعداد نمره‌ها: N:

- توجه: روشی که گفته شد را نیز می‌توان برای داده‌هایی که به صورت جدول تنظیم نشده‌اند و دارای اعداد تکراری هستند (مثل داده‌های توزیع قبل) نیز محاسبه کرد که می‌بایست ابتدا پس از تنظیم جدول برای این داده‌ها از روش فوق برای محاسبه میانه یا همان روش قبلی استفاده کرد.
مثال: میانه‌ی داده‌های زیر را محاسبه کنید؟

مرتب کردن

$$۳-۴-۵-۶-۴ \longrightarrow ۳-۴-۴-۵-۶$$

	n	f	cf	
	۳	۱	۱	$\frac{n}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$
تنظیم	۴ → L	۲ → F	طبقه	
جدول			میانه	$md = L + \frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \quad (i)$
→		۳ →		
	۵	۱	۴	$md = 3/5 + \frac{2/5 - 1}{2} \quad (i)$
	۶	۱	۵	$md = 3/5 + \frac{2/5 - 1}{2} \times 1 =$

$$\boxed{md = 3/5 + 0.75 = 4/25}$$

↓

البته این در شرایطی است که فاصله طبقه‌ها برابر یک است، می‌باشد.
و در شرایطی که فاصله طبقات برابر یک نباشد (کوچکتر و بزرگتر از یک) باشد نیز فرق چندانی نمی‌کند.

• ویژگی‌های میانه:

توجه: اندازه یا حجم واحدهای اندازه‌گیری در میانه تاثیر ندارد و هم چنین مقدار بزرگترین عدد توزیع که در بالاترین وضعیت قرار دارد در میزان میانه تاثیری ندارد.
بنابراین میانه نسبت به اعداد بزرگ یا کوچک حساس نیست.
ویژگی دوم میانه این است که: مجموع قدر مطلق انحراف‌های نمره‌ها از میانه کوچکتر و یا مساوی مجموع قدر مطلق انحراف نمره‌ها از هر عدد دیگر است.

$$\rightarrow \sum |x - md| \leq \sum |x - c| \rightarrow c \text{ هر عدد دیگری غیر از میانه}$$

- نکته: چون میانه براساس داده های رتبه بندی شده حاصل می شود، زمانی استفاده می شود که مقیاس اندازه گیری رتبه ای باشد. البته با مقیاس های فاصله ای و نسبی نیز به کار می رود اما ویژگی های این دو مقیاس تاثیری در محاسبه میانه ندارد

● میانگین:

مشهورترین و معتبرترین شاخص گرایش مرکزی علامتی که برای نشان دادن میانگین به کار برده می شود به این بستگی دارد که برای اطلاعات جمع آوری شده میانگین، از نمونه محاسبه می شود یا از جامعه (پارامتر) میانگین جامعه به وسیله μ (مو) نمایش داده می شود. و میانگین نمونه با استفاده از $\bar{X}$ (X بار) نشان داده می شود. در صورتی که فاصله طبقاتی بزرگتر از یک باشد نقطه میانی هر طبقه (X') به عنوان نماینده ی آن طبقه به کار برده می شود. بنابراین میانگین برابر است با حاصل ضرب نقطه میانی هر طبقه در فراوانی همان طبقه و تقسیم حاصل ضرب های به دست آمده بر تعداد کل اعداد.

$$\bar{X} = \frac{\sum fx'}{N} \rightarrow \text{نماینده ی هر طبقه}$$

- روش دیگر محاسبه میانگین در این داده ها محاسبه میانگین اعداد طبقه بندی شده از راه میانگین فرضی (راه کوتاه) است. مراحل:

پس از تهیه و تنظیم جدول توزیع فراوانی، ابتدا طبقه ای را که فرض می شود میانگین در آن است را انتخاب می کنیم. معمولاً در این جور موارد طبقه ای را که در وسط طبقه ها قرار دارد یا طبقه ای که دارای بزرگترین فراوانی است انتخاب می شود.

ستون دیگری به نام X به جدول اضافه می کنیم. که در این ستون در جدول طبقه ای که فرض می شود میانگین در آن قرار دارد صفر قرار می دهیم. و به همین ترتیب بالای آن ۱ و ۲ و ... و پائین آن ۱- و ۲- و ۳- و ... قرار می دهیم.

ستون های فراوان را در $\tilde{d}$ هر طبقه ضرب می کنیم تا ستون $F\tilde{X}$ به دست آید.
ستون $F\tilde{X}$ را جمع جبری می کنیم.

- مقادیر به دست آمده را در فرمول زیر جایگزین می‌کنیم.

$$\bar{X} = X' + \frac{\sum F\tilde{X}}{N} \quad (i)$$

جمع جبری ستون $F\tilde{X}$ $\nearrow$

فاصل طبقات $\nwarrow$

تعداد کل داده‌ها $\downarrow$

قطعه میانی طبقه است که فرض می‌شود میانگین در آن قرار دارد $\rightarrow$

- میانگین مرکب یا میانگین میانگین‌ها:

- چنانچه حجم یا تعداد هر یک از نمونه‌ها و اعضای آن مساوی باشد.

$$\bar{X}_T = \frac{\sum \bar{X}}{N}$$

تعداد میانگین‌ها $\downarrow$

	$\bar{X}$	n
نمونه اول	۱۴	۶۰
نمونه دوم	۱۸	۶۰
نمونه سوم	۱۳	۶۰

$$\bar{X}_T = \frac{۱۴+۱۸+۱۳}{۳} = ۱۵$$

تعداد نمونه‌ها $\downarrow$

- اما در صورتی که گروه‌ها دارای حجم نامساوی باشند روش محاسبه میانگین مرکب عبارت خواهد بود از

$$\bar{X}_T = \frac{\sum \bar{X}_i n_i}{NT}$$

مجموع حاصل ضرب میانگین هر گروه در تعداد آن $\rightarrow$

مجموع کل نمونه‌ها یا گروه‌ها $\rightarrow$

	$\bar{x}_i$	n_i	$(\bar{x}_i n_i)$
گروه اول	۴۰	۱۰	۴۰۰
گروه دوم	۳۰	۲۰	۶۰۰
گروه سوم	۶۵	۱۵	۹۷۵

$$\bar{x}_T = \frac{1975}{45} = 43.88$$

$$\sum x_i n_i = 1975$$

$$N_T = n_1 + n_2 + n_3 = 45$$

● میانگین همساز (هارمونیک) (HM)

● میانگین همساز اندازه‌های $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ برابر است با:

$$HM = \frac{1}{\frac{1}{m} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_N} \right)}$$

(G) = میانگین هندسی

در صورتی که N داده یا عدد داشته باشیم که با $X_1, X_2, \dots, X_N$ نشان داده شوند، میانگین

$$G = \sqrt[n]{(X_1)(X_2)\dots(X_N)} \quad \text{هندسی برابر است با ریشه n ام حاصل ضرب آن ها}$$

برای مثال: میانگین هندسی دو عدد ۴ و ۹ برابر است با ریشه ی دوم ۳۶

$$G = \sqrt{(4)(9)} = \sqrt{36} = 6$$

رابطه ی بین ۳ میانگین ذکر شده: $\bar{x} > G > HM$

● ویژگی‌های میانگین:

میانگین به عنوان یک شاخص مرکزی به ارزش عددی هر یک از مشاهدات در توزیع فراوانی بستگی دارد. یکی از ویژگی‌های عمده‌ی میانگین این است که میانگین نقطه‌ای از توزیع نمره‌هاست که همیشه حاصل جمع جبری انحراف نمره‌ها از آن برابر با صفر است:

$$\sum (X - \bar{X}) = 0$$

و به همین دلیل میانگین نقطه‌ای تعادل توزیع نمره‌هاست.

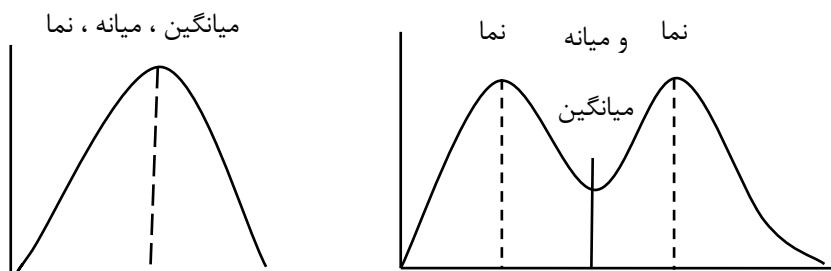
● زمانی که مقدار ثابتی به هر یک از نمره‌های توزیع اضافه شود، میانگین توزیع جدید برابر است با میانگین توزیع قدیم به اضافه ی همان مقدار ثابت

$$\bar{X}_{X+C} = \bar{X}_X + C \quad \text{مقدار ثابت } C \quad \text{میانگین توزیع جدید } \bar{X}_{X+C} \quad \text{میانگین توزیع قدیم } \bar{X}_X$$

● مقایسه میانگین، میانه و نما:

تفاوت عمده میانگین و میانه در این است که میانه یک شاخص ترتیبی است و تحت تاثیر ارزش عددی نمره‌ها قرار نمی‌گیرد. در صورتی که میانگین نسبت به ارزش عددی تمام نمره‌ها حساس است. میانگین‌های نمونه بیشتر از میانه و نما دارای ثبات هستند. به همین دلیل، میانگین نمونه برآورد خوبی از میانگین جامعه است.

● میانگین میانه و نما در دو توزیع متقارن:



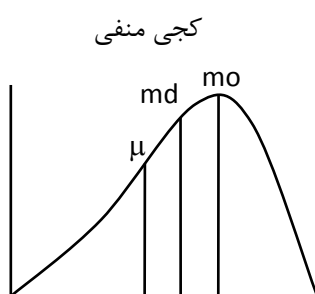
الف) تک نمایی

ب) دو نمایی

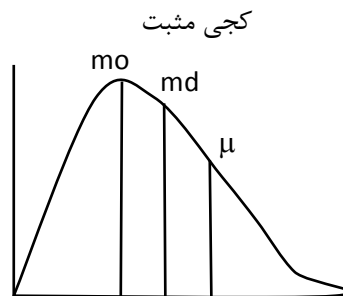
توضیحات: در صورتی که توزیع فراوانی یک نمایی و کاملاً متقارن باشد (همانند توزیع طبیعی) میانگین میانه و نما بر روی هم قرار می‌گیرند. در توزیع دو نمایی متقارن (شکل ب) میانگین و میانه برابر هستند و نماها در طرفین آنها واقع می‌شوند.

● در کجی منفی: میانگین کمترین مقدار میانه وسط و نما بیشترین مقدار را داراست.

● در کجی مثبت: میانگین بالاترین مقدار میانه وسط و نما دارای پایین ترین مقدار است.



کجی منفی



کجی مثبت

نما < میانه < میانگین

میانگین < میانه < نما

- اولین عامل در انتخاب یک اندازه گرایشی مرکزی مقیاس اندازه گیری به کاربرده شده است.
- در صورتی که مقیاس اندازه گیری اسمی باشد. صحیح ترین شاخص $\leftarrow$ نما
- در صورتی که مقیاس اندازه گیری ترتیبی باشد صحیح ترین شاخص $\leftarrow$ میانه
مثال: قصد محاسبه متوسط حقوق ماهانه کارکنان شرکتی را داریم که اختلاف حقوق در آن زیاد است (توجه: چون چند حقوق بالا وجود دارد استفاده از میانگین صحیح نیست و میانه شاخص مناسبی است).
- در صورتی که مقیاس اندازه گیری فاصله ای یا نسبی باشد: میانگین به عنوان یک شاخص مرکزی مناسب خواهد بود.
دومین ملاک در انتخاب یکی از اندازه های مرکزی: هدفی است که اندازه مرکزی با توجه به آن محاسبه می شود. در صورتی که محقق بخواهد که ارزش یا مقدار هر یک از مشاهدات یا اعداد در شاخص مرکزی مشارکت داشته باشد میانگین مناسب ترین شاخص است.
زمانی که محقق نمی خواهد نمره های خیلی بزرگ یا کوچک در محاسبه شاخص مرکزی تاثیر داشته باشند میانه شاخص مناسبی است.
- از جمله ویژگی های میانه این است که به غالب نمره های توزیع نزدیک است. در ضمن این شاخص علاوه بر مقیاس ترتیبی با مقیاس فاصله ای و نسبی نیز به کار برده می شود.
- در توزیع هایی که دارای کجی مثبت هستند، میانگین از میانه و نما بزرگتر است. در کجی های منفی میانگین از میانه و نما کوچکتر است.
- **شاخص های پراکندگی**
شاخص های پراکندگی، میزان پراکندگی یا تغییراتی را که در بین نمره ها وجود دارد را، نشان می دهد. قضاوت در مورد اینکه پراکندگی خوب است یا بد با توجه به هدف پژوهش صورت می گیرد.
- **دامنه تغییرات**
ساده ترین شاخص پراکندگی است و مقدار آن در یک توزیع فراوانی برابر است با تفاضل بین بزرگترین و کوچکترین عدد.
$$R = (X_H - X_L) + 1$$

به دلیل در نظر گرفتن حد پایین واقعی کوچکترین عدد و حد واقعی بالای بزرگترین عدد اضافه شده است.
- چون دامنه تغییرات در محاسبه آن فقط از دو عدد (بزرگترین و کوچکترین) استفاده می شود قادر به توصیف توزیع نمره ها به صورت حقیقی نیست.

- استفاده از دامنه تغییرات مستلزم داشتن مقیاس فاصله‌ای است. بنابراین در شرایطی که مقیاس اندازه‌گیری اسمی یا ترتیبی باشد دامنه تغییرات شاخص مناسبی نیست.

● انحراف چارکی

- این شاخص چون میزان پراکندگی را در اطراف مرکز توزیع نشان می‌دهد از دامنه تغییرات با ثبات تر است.

$$Q = \frac{Q_r - Q_l}{2}$$

- چارک‌ها نقاطی بر روی مقیاس اندازه‌گیری هستند که کلیه مشاهده یا نمرات را به ۴ قسمت مساوی تقسیم می‌کند.

$$Q_r - Q_l = \text{دامنه‌ی تغییر بین چارک‌ها}$$

- برای محاسبه چارک اول و سوم ابتدا نمره‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب و سپس توزیع را با تعیین میانه به دو قسمت تقسیم می‌کنیم. میانه‌های قسمت چپ و راست به ترتیب چارک اول و سوم هستند.

مثال:

$$\begin{array}{ccc} \leftarrow \text{سمت چپ} & \boxed{6-8-9-11-12-13-14-17} & \rightarrow \text{سمت راست} \\ & \downarrow & \\ md = \frac{8+9}{2} = 8.5 \searrow Q_l & & \frac{13+14}{2} = 13.5 \searrow Q_r \end{array}$$

$$md = 11/5 \rightarrow Q_r$$

$$Q = \frac{Q_r - Q_l}{2} = \frac{13/5 - 8/5}{2} = 2/5$$

ب) محاسبه چارک‌های اعداد طبقه‌بندی شده:

- محاسبه چارک اول: ابتدا $\frac{N}{4}$ را محاسبه می‌کنیم و به ستون جدول فراوانی تراکمی نگاه می‌کنیم. و

طبقه w که فراوانی تراکمی آن مساوی یا بزرگتر از $\frac{N}{4}$ باشد را انتخاب می‌کنیم. و پس با توجه به

فرمول که داریم:

$$Q_1 = L + \frac{\frac{N}{4} - cf}{f} (i)$$

فراوانی تراکمی طبقه ما قبل $\nearrow$ $\frac{N}{4} - cf$
 فاصله طبقاتی $\searrow$ (i)
 فراوانی مطلق طبقه ای که چارک اول در آن قرار داد. $\nwarrow$ f

و برای محاسبه‌ی چارک سوم نیز به همین ترتیب عمل می‌کنیم با این تفاوت که این بار $\frac{3N}{4}$ را محاسبه می‌کنیم.

- بعد از محاسبه چارک اول و سوم آن را در فرمول قرار داده محاسبه می‌کنیم.

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

نکات: چون انحراف چارکی همانند میانه تحت تاثیر نمره‌های خیلی بزرگ یا خیلی کوچک قرار نمی‌گیرد بنابراین از این شاخص باید در شرایطی استفاده شود که تاثیر نمره‌های خیلی بزرگ یا خیلی کوچک مورد نظر نباشد.

- چون انحراف چارکی منعکس کننده‌ی پراکندگی در قسمت میانی توزیع نمره‌هاست بنابراین بهترین مورد استفاده آن زمانی است که نمره‌های خیلی بزرگ یا خیلی کوچک شکل توزیع نمره را از بین می‌برند.
- میانه و انحراف چارکی هر دو یک خانواده آماری را شکل می‌دهند. زیرا اساس محاسبه‌ی هر دو نقاط چارکی است و میانه با چارک دوم برابر است.
- توجه: چنانچه Q_1, Q_3 را به ما داده باشند راحت می‌توانیم میانه را حساب کنیم. به این ترتیب

$$Q_3 - Q = Q_1$$

چارک دوم برابر با میانه

- زمانی که میانه به عنوان شاخص مرکزی انتخاب می‌شود، انحراف چارکی را به عنوان شاخص پراکندگی معرفی می‌کنند.
- انحراف متوسط یا میانگین قدر مطلق انحراف نمره‌ها از میانگین

$$MD = \frac{\sum |x_i|}{N}$$

انحراف نمره‌ها از میانگین $x_i = x_i - \bar{x}$

$\bar{x}$ = میانگین

مثال:

$$۴, ۳, ۷, ۲$$

$$\bar{X} = ۴$$

$$x_i - \bar{X} = ۰, -۱, ۳, -۲$$

$$MD = \frac{\sum |X_i|}{N} = \frac{۶}{۴} = ۱/۵$$

نحوه‌ی محاسبه انحراف متوسط برای داده‌های طبقه بندی شده همانند اعداد طبقه بندی نشده است با این تفاوت که در اعداد طبقه بندی شده انحراف نقاط میانی طبقه‌ها از میانگین را محاسبه می‌کنیم.

$$MD = \frac{\sum f |x_i|}{N}$$

- برای استفاده از انحراف متوسط، مقیاس اندازه‌گیری باید حداقل فاصله‌ای باشد. چون با این شاخص (انحراف از میانگین) نمی‌توان عملیات جبری انجام داد، بنابراین در استفاده از آن باید احتیاط کرد. واریانس: میانگین انحراف نمره‌ها از میانگین یا مجموع مجذور انحراف نمره‌ها از میانگین تقسیم بر تعداد نمره‌ها

$$\left[\begin{array}{ll} s^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1} & \text{واریانس نمونه} \\ \sigma^2 = \frac{\sum (x - \mu)^2}{N} & \text{واریانس جامعه} \end{array} \right]$$

● انحراف استاندارد یا (معیار):

مشکل اختلاف واحد اندازه‌گیری با واحد واریانس را می‌توان با جذر گرفتن از واریانس حل کرد که این عمل موجب می‌شود که واحد شاخص محاسبه شده با واحد اندازه‌گیری به کار برده شده یکسان شود و یکی از شاخص‌های معتبر آماری به نام انحراف استاندارد یا انحراف معیار به دست آید.

● تاثیر جمع یا ضرب کردن یک عدد ثابت در انحراف استاندارد:

- چنانچه به همهی اعداد یک توزیع نمره‌یک عدد ثابت اضافه شود انحراف استاندارد تغییری نخواهد کرد.

- در صورتی که کلیه اعداد یک توزیع در عدد ثابتی مانند C ضرب شوند انحراف استاندارد توزیع نیز در آن عدد ثابت ضرب خواهد شد.

$$X_1, X_2, X_3 \xrightarrow{XC} X_{1r}, X_{2r}, X_{3r} \xrightarrow{\text{میانگین}} \bar{X} \\ \bar{X} \xrightarrow{\text{انحراف استاندارد}} \frac{XC - \bar{X}C}{X - \bar{X}}$$

• تصحیح شپرد:

محاسبه میانگین از طریق جدول طبقه بندی شده دارای خطایی است که به آن خطای طبقه بندی گفته می شود در محاسبه انحراف استاندارد خطای طبقه بندی به دلیل آنکه انحراف ها مجذور می شوند بیشتر می شود. بنابراین برای تعدیل این خطا، انحراف استاندارد محاسبه شده بایستی تصحیح شود. البته باید توجه داشت که میزان خطا تابع فاصله طبقه ها است. هر چه فاصله طبقه ها بزرگتر باشد، این خطا زیادتر می شود. ضمناً باید خاطر نشان کرد که تصحیح مورد نظر زمانی به کار برده می شود که تعداد طبقه ها کمتر از ۱۲ طبقه باشد.

$$SC = \sqrt{S^2 - \frac{i^2}{12}} \quad \text{انحراف استاندارد تصحیح شده}$$

انحراف استاندارد محاسبه شده S

فاصله طبقات i

ضریب پراکندگی:

- مقایسه پراکندگی یک ویژگی از گروه را با پراکندگی ویژگی دیگر از همان گروه، ضریب پراکندگی می گویند.
- ضریب پراکندگی (V) (ضریب نسبی واریانس گفته می شود) و در محاسبه ی آن از میانگین و انحراف استاندارد توزیع نمره ها مطابق فرمول زیر استفاده میشود.

$$V = \frac{S}{\bar{X}} (100\%) \quad \text{ضریب پراکندگی}$$

- معتبر ترین شاخص پراکندگی ————— ← انحراف استاندارد است. زیرا در محاسبه آن ارزش مقداری هر یک از اطلاعات جمع آوری شده مورد استفاده قرار می گیرد.
- انحراف استاندارد پایدارترین و با ثبات ترین و بر عکس، دامنه تغییرات بی ثبات ترین و بی اعتبار ترین شاخص پراکندگی است.