انتشارات اندیشه ارشد

مجموعه نکته و تست

# ارزشیابی آموزشی

# (تحقیقات آموزشی)

- نکات طلایی و آزمونی براساس آخرین سرفصلهای مصوب
- شامل: نکات طلایی و آزمونی همراه با تست‌های طبقه بندی شده
- ۱۲۰۰ تست طبقه‌بندی شده با پاسخ های کاملاً تشریحی
- همراه با سؤالات آزمون کارشناسی ارشد ۱۳۹۹

- آمار و روش تحقیق
- روانشناسی تربیتی
- مبانی، اصول و فلسفه تعلیم و تربیت
- سنجش و اندازه گیری در تعلیم و تربیت

مؤلف: گروه مؤلفین اندیشه ارشد

**فصل ۱: آمار و روش تحقیق:**

**نکات طلایی و آزمونی آمار و روش تحقیق ..... ۷**
**سوالات طبقه بندی شده آمــار و روش تحقــیق ..... ۸۹**
**پاسخنامه سوالات طبقه بندی شده آمــار و روش تحقیق ..... ۱۱۴**

**فصل ۲: روانشناسی تربیتی**

**نکات طلایی و آزمونی روانشناسی تربیتی ..... ۱۳۹**
**سوالات طبقه بندی شده روانشناسی تربیتی ..... ۲۱۸**
**پاسخنامه سوالات طبقه بندی شده روانشناسی تربیتی ..... ۲۴۲**

**فصل ۳:مبانی، اصول و فلسفه تعلیم و تربیت**

**نکات طلایی و آزمونی مبانی، اصول و فلسفه تعلیم و تربیت ..... ۲۸۱**
**سوالات طبقه بندی شده مبانی، اصول و فلسفه تعلیم و تربیت ..... ۳۲۸**
**پاسخنامه سوالات طبقه بندی شده مبانی، اصول و فلسفه تعلیم و تربیت ..... ۳۵۱**

**فصل ۴: سنجش و اندازه گیری در تعلیم و تربیت**

**نکات طلایی و آزمونی سنجش و اندازه گیری در تعلیم و تربیت ..... ۳۷۹**
**سوالات طبقه بندی شده سنجش و اندازه گیری در تعلیم و تربیت ..... ۴۳۲**
**پاسخنامه سوالات طبقه بندی شده سنجش و اندازه گیری در تعلیم و تربیت ..... ۴۵۷**

فصل اول

# نکـات طلایی و آزمونی

## آمار و روش تحقیق

## آمار توصیفی:

هدف آمار: آمار برای روش‌های علمی که در تجزیه و تحلیل داده‌های مقداری به کار برده می‌شوند چارچوبی فراهم می‌کند.

- **آمار توصیفی:**
طبقه بندی– خلاصه کردن– پژوهش و تفسیر اطلاعات
- آمار استنباطی با استفاده از اطلاعات جمع آوری شده از نمونه کوچکی از آزمودنی‌ها ویژگی‌های جامعه‌ای که نمونه از آن انتخاب شده برآورد یا استنباط می‌شود.
- غالباً مفید ترین و در عین حال اولین قدم در سازمان دادن به داده‌ها مرتب کردن آنها بر اساس یک ملاک منطقی است.
- آمار توصیفی به آن دسته از روش هایی گفته می شود که به پژوهشگر در طبقه بندی ،خلاصه کردن،توصیف و تفسیر و برقراری ارتباط از طریق اطلاعات جمع آوری شده کمک می کند
- هدف پژوهش‌گر در آمار استنباطی نوعاً عبارت است از تعمیم اصول و یافته‌ها به نحوی که قادر باشد حوادث را تبیین و پیش‌بینی کند.
- **جامعه:**
ماهیت پژوهش تعیین کنندی دامنه جامعه است.
- هدف نهایی آمار استنباطی برآورد ویژگی عدد یک جامعه است.
- **پارامتر:**
عبارت است از ویژگی عددی یک جامعه. مثال: متوسط قد دانش آموزان شهری پارامتر جامعه: متوسط قد
- اولین قدم در پژوهش علمی. تعریف جامعه بر اساس ویژگی مورد علاقه و سپس انتخاب یک نمونه از جامعه با استفاده از روش‌های مناسب.
- بر اساس شباهتی که بین ویژگی‌های نمونه و جامعه‌ای که نمونه از آن انتخاب شده است برآورد پارامتر جامعه امکان پذیر می‌باشد.
- معرف یا نماینده‌ی واقعی بودن نمونه، غالباً از طریق انتخاب نمونه به صورت تصادفی امکان پذیر می‌باشد.
- **آماره**: اندازه‌هایی که از نمونه به دست می‌آیند (نظیر متوسط نمره‌های یک آزمون)
- آماره عبارت است از ویژگی‌های کمی که یک نمونه را توصیف می‌کند. همانطور که پارامتر یکی از ویژگی‌های جامعه را تعیین می‌کند، آماره نیز یکی از ویژگی‌های نمونه را توصیف می‌کند. معمولاً پارامتر با حروف یونانی و آماره‌ها را با حروف انگلیسی نشان می‌دهند.

| ویژگی یا شاخص | میانگین | واریانس | انحراف استاندارد | نسبت | همبستگی | تعداد مشاهدات |
|---|---|---|---|---|---|---|
| نمونه | $\bar{X}$ یا M | $S^2$ | S | p | r | n |
| جامعه | $\mu$ | $\sigma^2$ | $\sigma$ | $\pi$ | $\rho$ | N |

- **نکته:** آماره پارامتر را برآورد می‌کند.
- **متغیر**:

متغیر بر اساس نقشی که در پژوهش به عهده دارد به دو دسته مستقل و وابسته تقسیم می‌شود. متغیر مستقل متغیر پیش فرض است و از طریق آن تغییرات متغیر وابسته اندازه‌گیری می‌شود. محقق متغیر مستقل را دستکاری می‌کند تا تاثیرات آن را بر تغییرات متغیر وابسته مشخص کند.

- در موارد بسیاری از(متغیرهای پیوسته) ناگزیریم اعداد را به صورت کلی برای اندازه‌گیری به کار بریم به عنوان نمونه، بهره‌ی هوشی به لحاظ نظری، یک متغیر پیوسته است. اما در عمل، آزمونی که برای اندازه‌گیری به کار برده می‌شود، نمره‌ی حاصل را به صورت کلی یا نمره‌های گسسته نشان می‌دهد.
- غالباً در پژوهش، متغیرهایی که به طور ذاتی پیوسته هستند به صورت گسسته مورد بحث قرار می‌گیرند به عنوان مثال، سن یک متغیر پیوسته است اما در برخی پژوهش‌ها سن آزمودنی‌های به صورت طبقه بندی شده مورد مطالعه قرار می‌گیرد (کمتر از ۲۰ سال) یا نمره‌ای آزمون‌های پیشرفت تحصیلی که ماهیت پیوسته دارند به صورت قبول و رّد مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند.
- حدود واقعی هر عددی ۰/۵ واحد بالاتر و پائین تر آن عدد

مثلاً حدود واقعی عدد ۱۲ ⇐ ۱۲/۵- ۱۱/۵

حدود واقعی ۰/۵ ⇐ ۲۰ ۲۰/۵۵- ۲۰/۴۵

- نکات: میزان اضطراب در یک فرد وهم چنین توانایی خواندن به عنوان متغیر پیوسته در نظر گرفته شده‌اند.
- اساسی‌ترین فعالیت در هر پژوهش، اندازه‌گیری است.
- **مقیاس‌های اندازه‌گیری**

۱-مقیاس اسمی ۲- مقیاس ترتیبی ۳- مقیاس فاصله‌ای ۴- مقیاس نسبی

- **مقیاس اسمی:**

ابتدایی‌ترین مقیاس، مقیاس اسمی است که در آن افراد یا اشیا در طبقاتی با نام های مختلف جایگزین می شوند.

- **مقیاس ترتیبی:**

همانند مقیاس اسمی به طبقه بندی و نام گذاری طبقه‌ها می‌پردازد. اما علاوه برآن به ترتیب طبقه‌ها نیز نظر دارد. اعدادی که دراین مقیاس برای مرتب کردن به کار می‌روند بیان کننده‌ی کمیت مطلق موضوع اندازه‌گیری نیستند. همچنین فاصله در طبقه را نمی‌توان مساوی فرض کرد.

- **مقیاس فاصله‌ای:**

طبقه بندی + نام گذاری + ترتیب + فاصله

به این وسیله می‌توانیم فاصله‌های موجود بین افراد، اشیا، یا رویداد ها را مشخص کنیم. در این مقیاس بعضی از عملیات ریاضی را می‌توانیم اجرا کنیم.

محدودیت این مقیاس این است که در این مقیاس، صفر مطلق وجود ندارد.

نکته : تمام نمرات آزمون ها به صورت مقیاس فاصله ای می با شند .

- **مقیاس نسبی:**

این مقیاس بالاترین سطح اندازه‌گیری است. در این مقیاس صفر مطلق نیز وجود دارد و هم چنین امکان انجام کلیه عملیات ریاضی نیز وجود دارد.

**مثال‌ها:**

۱- طبقه بندی دانش آموزان به صورت پرتلاش و کم تلاش ⟵ اسمی

۲- حسین در سال ۱۳۷۵، حسن درسال ۱۳۶۰ متولد شده است ⟵ نسبی

۳- درجه‌های روی خط کش ⟵ نسبی

۴- رتبه بندی دانش آموزان بر اساس وزن آنها ⟵ ترتیبی

۵- نمره های دانش آموزان کلاس سوم در درس علوم ⟵ فاصله ای

ضرب و جمع اعداد در مقیاس فاصله‌ای،باز هم مقیاس فاصله‌ای را به وجود می‌آورد.

علی به سوال های آزمون در ۳۵ دقیقه و احمد به همان سوال‌ها در ۲۵ دقیقه جواب می‌دهد.

⟵ مقیاس مورد استفاده نسبی است.

- طبقه بندی متغیر ها بر اساس واحد اندازه گیری:

متغیر گسسته :متغیری است که واحد های شمارش آن در طول یک مقیاس مساوی است و بین دو مقدار متوالی آن نمی توان مقدار دیگری را پیدا کرد .

برای مثال: تعدا فرزندان یک خانواده یک متغیر گسسته است.

متغیر پیوسته: متغیری است که هر عدد یا ارزشی را می توان به آن اختصاص داد و آن را می توان به بخش های کوچکتری تقسیم نمود .

- برای مثال: مدت زمان صرف شده برای مطالعه یک متغیر پیوسته است .

قد یک مقیاس نسبی است. قد علی اکبر ۱۶۷ "س" است ⟵ مقیاس نسبی

وزن یک مقیاس نسبی است. علی سنگین‌ترین دانش آموز کلاس است ⟵ مقیاس نسبی

مسافتی یک اتومبیل با یک لیتر بنزین میتواند طی کند ⟵ متغیر پیوسته

حمید در آزمون ریاضی نمرهٔ ۹۰ گرفته است ⟵ مقیاس فاصله‌ای

- **توزیع فراوانی:**

عبارت است از سازمان دادن به اندازه‌ها یا مشاهده‌ها به وسیله در آوردن آنها در قالب طبقه‌ها همراه با ذکر فراوانی هر طبقه...

برای این منظور در ستون x اعداد را از بزرگ به کوچک مرتب می‌کنیم.

هنگامی که تفاضل بین بزرگترین و کوچکترین نمره‌یا عدد مساوی یا بزرگتر از ۲۰ باشد از توزیع فراوانی طبقه‌بندی شده استفاده می‌شود.

- **نحوه‌ی ساختن توزیع فراوانی طبقه بندی شده:**

اولین مرحله در ساختن جدول توزیع فراوانی طبقه بندی شده محاسبه دامنه‌ی تغییرات است.

- دامنه تغییرات برابر است با تفاضل بزرگترین عدد از کوچکترین عدد به اضافه یک (اضافه کردن یک به خاطر درنظر گرفتن حدود واقعی اعداد است.)

$$R = X_H - X_L + ۱$$

در نظر گرفتن حدود واقعی اعداد

دامنه ← $R$ ، بزرگترین ← $X_H$ ، کوچکترین ← $X_L$

- انتخاب تعداد طبقه‌ها اختیاری است (معمولا بین ۱۰ -۲۰) در صورتی که تعداد طبقه‌ها کمتر از ۱۰ باشد اندازه‌ی طبقه‌ها بزرگ می‌شود همین امر موجب از دست دادن اطلاعات بیشتری می‌شود. و چنانچه از ۲۰ بیشتر باشد وقت گیر است.

- قانون استرژ یک فرمول برای به دست آوردن تعداد طبقات است.

$$K = ۱ + ۳/۳ \log_n$$

∉ اندازه‌یا حجم هر طبقه (i) از تقسیم دامنه تغییرات بر تعداد طبقات به دست می‌آید.

$$i = \frac{\text{دامنه تغییرات}}{\text{تعداد طبقات}}$$

- توجه داشته باشیم که برای نوشتن طبقه‌ها از پائین شروع می‌کنیم و با عددی شروع می‌کنیم که فاصله طبقه‌ها مضربی ازآن باشد. مثلاً چنانچه کوچکترین عدد ۲۸ و فاصله طبقه‌ها ۳ باشد بنابراین اوّلین طبقه با ۲۷ شروع می‌شود.

**مثال:**

در یک توزیع فراوانی که بزرگترین عدد ۴۹ و کوچکترین عدد ۵ است چون

$$R = ۴۹ - ۵ + ۱ = ۴۵$$

اگر $k=۱۵$

$$i = \frac{۴۵}{۱۵} = ۳$$

در نتیجه اولین طبقه آن چون فاصله طبقات ۳ است و کوچکترین مضرب آن در این توزیع ۳ خواهیم داشت ⟵ ۵-۳ و با حدود واقعی ۵/۵ - ۲/۵

- **توزیع فراوانی تراکمی:**

زمانی که محقق بخواهد تعداد نمره‌هایی که کمتر از نمره‌ی معینی وجود دارد را تعیین کند. چنین اطلاعاتی را می‌توان به سهولت از جدول توزیع فراوانی تراکمی به دست آورد.

این فراوانی ازجمع کردن فراوانی‌ها به صورت متوالی از پائین‌ترین طبقه به طبقه‌های بعدی به دست می‌آید. و با cf نشان داده می‌شود.

- **نکته:** فراوانی بالاترین طبقه برابر مجموع فراوانی‌های توزیع نمره‌های یعنی N است.
- برای به دست آوردن فراوانی تراکمی درصدی: فراوانی ترکمی هر طبقه ر ابه N تقسیم و در ۱۰۰ ضرب می‌کنیم.

$$\frac{cf}{n} * ۱۰۰$$

- **یک توزیع فراوانی را می‌توان با چند نوع نمودار نمایش داد:**

هیستوگرام

ستونی

چند ضلعی

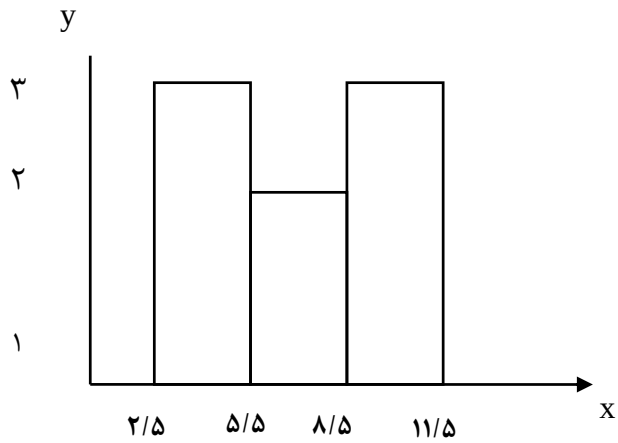
چند ضلعی تراکمی یا اجایو

**الف) هیستوگرام**

این نمودار از ستون‌های به هم چسبیده تشکیل شده است اتصال ستون‌ها در هیستوگرام موجب می‌شود که این نمودار برای نمایش داده‌های ناشی از اجرای متغیرهای پیوسته وسیله مناسبی باشد. این نمودار برای نمایش متغیرهایی که با استفاده از مقیاس‌های فاصله‌ای– نسبی اندازه‌گیری شده‌اند به

کار برده می‌شود. در این نمودار هر ستون نشان دهنده‌ی یک طبقه از اعداد است. عرض هر ستون برابر با فاصله طبقه و ارتفاع آن مساوی فراوانی هر طبقه است.

- **ساختن هیستو گرام:**




- **نمایش ویژگی‌های مورد اندازه‌گیری**

روی این محور با فواصل مساوی حدود واقعی پایین و بالای طبقات نوشته می‌شود.
البته عمل تقسیم بندی محور x را می توان با استفاده از نقاط میانی هر طبقه نیز انجام داد.هر یک از طبقه‌ها را که در روی محور افقی مشخص شده است با استفاده از مستطیلی که عرض آن برابر فاصله همان طبقه است و ارتفاعش برابر فراوانی همان طبقه است ترسیم می‌کنیم.

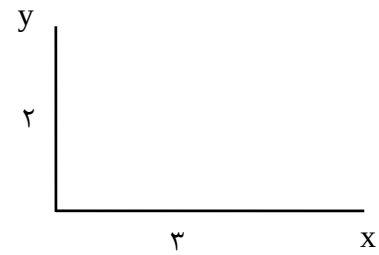
- **نمودار ستونی:**

همانند نمودار هیستوگرام است اما ستون‌های آن مجزا از یکدیگر هستند. برای داده‌هایی که به متغیرهای گسسته تعلق داشته باشند و با استفاده از مقیاس اسمی اندازه‌گیری شده باشد، ارتفاع هر ستون (مستطیلی) برابر فراوانی هر گروه یا طبقه است و عرض همان ستون برای نمایش هر گروه یا طبقه به کار برده می‌شود.

- هیستوگرام ⟵ پیوسته، فاصله‌ای- نسبی
- ستونی ⟵ گسسته، اسمی

- **نمودار چند ضلعی**

نمودار چند ضلعی از تمام نمودارهایی که به منظور توزیع‌های آماری به کار برده می‌شود مورد استفاده بیشتری دارد و دلیل آن هم سهولت ساختن و توصیف آن است.
در این نمودار طور محول x وy معمولاً به نسبت ۳ به ۲ یا ۴ به ۳ ترسیم می‌شود. یعنی به عنوان مثال چنانچه طور محور x،٦٠ "س" انتخاب شود طول محور y برابر با ۴۰ "س" خواهد شد




اگر نقطه های وسط قاعده های بالایی مستطیل های نمودار هیستوگرام را به هم وصل کنیم یک خط شکسته به دست می آید که آن را نمودار چند ضلعی می نامند .
برای ترسیم نمودار چند ضلعی بر روی محور x از نماینده‌ی هر طبقه که همان نقطه‌ی میانی هر طبقه است استفاده می‌کنیم.

- **نکته**: غالباً در ابتدا و پایان محور افقی دو طبقه در نظر گرفته می‌شود که فراوانی آن صفر است. یعنی هیچ نمره‌ای در این طبقات واقع نشده است. اضافه کردن آنها فقط به خاطر آن است که شروع و خاتمه چند ضلعی به محور افقی ختم شود. (و به کار بردن علامت ⊏ ⊐ در روی محور x به این خاطر است که فاصله نمره از ۰ تا اولین عدد روی محور x مساوی انتخاب نشده است.
ترسیم نمودار چند ضلعی در شرایطی که دو دسته فراوانی مختلف وجود دارد:
در چنین شرایطی بهترین راه تبدیل فراوانی‌ها به درصد یا نسبت و ترسیم آنهاست. بنابراین فراوانی‌های جدول را این گونه به درصد تبدیل می‌کنیم.

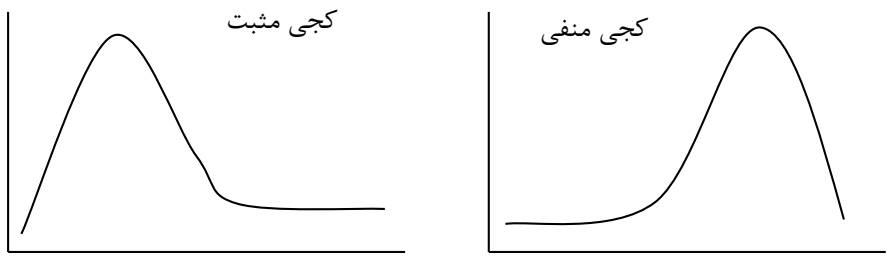
- فراوانی هر طبقه را به مجموع فراوانی طبقات تقسیم می‌کنیم و سپس حاصل را در ۱۰۰ ضرب می‌کنیم پس از محاسبه درصدهای طبقات یا به عبارت دیگر تبدیل دو دسته فراوانی به درصد، به ترسیم نمودار چند ضلعی می‌پردازیم.

| | $F_1$ | $F_2$ | $P_1$ | $P_2$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱۵۰-۱۵۹ | ۱ | ۱۰ | ۰/۶ | ۲ | |
| ۱۴۰-۱۴۹ | ۴ | ۲۰ | ۲/۲ | ۴ | $\rightarrow \frac{۱}{۱۸۰}\times ۱۰۰ = ۰/۶$ |
| ۱۳۰-۱۳۹ | ۸ | ۴۰ | ۴/۴ | ۸ | |
| | ⋮ | ⋮ | | | |
| | $\sum F_1 = ۱۸۰$ | $\sum F_2 = ۵۰۰$ | | | |

- شکل های مختلف نمودار چند ضلعی

- **منحنی دارای کجی مثبت یا کجی منفی:**
- توزیع زمانی دارای کجی منفی یا کجی به چپ نامیده می‌شود که دنباله چپ منحنی طولانی تر از دنباله راست آن باشد. و زمانی دارای کجی مثبت است که دنباله راست منحنی طولانی‌تر از دنباله چپ آن است.
- **نکته:**

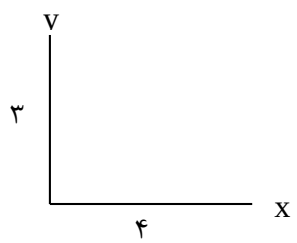
نمره‌های منحنی کجی منفی به یک آزمون ساده تعلق دارد. زیرا در آن اکثر نمره‌ها در سطح بالایی قرار دارند و منحنی کجی مثبت مربوط به یک آزمون مشکل است.




- **نمودار چند ضلعی تراکمی (اجایو)**

این نمودار وقتی مفید است که پژوهش‌گر علاقه‌مند باشد وضعیت یک نمره یا یک فرد را نسبت به بقیه نمره‌ها یا افراد مشخص کند. به عنوان مثال تعیین کند که نمره‌ای از چند درصد نمره‌ها بیشتر یا کمتر است.

- برای ترسیم نمودار چند ضلعی تراکمی ابتدا فراوانی تراکمی هر طبقه محاسبه می‌شود و سپس آنها را بر روی محور عمودی Yقرار داده و نمودار مورد نظر را ترسیم می‌کنیم.
- توجه داشته باشیم که به منظور صداقت در ترسیم هیستوگرام و برای انتقال درست اطلاعات بهترین نسبت ممکن بین محور طولی و عرضی (Yوx) می‌بایست رعایت شود که بهترین نسبت ۳ به ۴ ذکر شده است.



- در نمودار چند ضلعی نقاط وسط هر طبقه بر روی محور x و فراوانی‌های طبقه بر روی محور y مشخص می‌شود. هیستوگرام اطلاعات را به صورت گسسته نمایش می‌دهد. در صورتی که نمودار چند ضلعی اطلاعات را به صورت پیوسته نشان می‌دهد.
- به نمودار چند ضلعی که یک برآمدگی یا یک نقطه که دارای بزرگترین فراوانی است داشته باشد، تک نمایی می‌گویند.

**- اندازه‌های گرایش مرکزی**

- ساده‌ترین روش برای تعیین جایگاه یا موقعیت کلی نمره‌ها محاسبه یکی از شاخص های مرکزی به نام معدل است.
- سه شاخص گرایش مرکزی یعنی نما، میانه و میانگین وجود دارد که این سه شاخص به منظور کسب اطلاعات درباره‌ی معدل نمره‌ها در توزیع به کار برده می‌شود.

**نما:** نما ساده‌ترین شاخص گرایش مرکزی است. عددی که دارای بیشترین فراوانی است.

- از آنجا که نما همیشه در مرکز توزیع فراوانی قرار ندارد به همین دلیل نمی‌توان به عنوان یک شاخص مرکزی به آن اطمینان داشت.
- نما مخصوصاً در گروه‌های کوچک دارای اعتبار نیست. زیرا میزان آن فقط تابع چند عدد است.
- پژوهش‌گران معمولاً هنگامی از نما استفاده می‌کنند که مایل باشند بینش کلی درباره شاخص مرکزی به دست آورند
- **نکته:** نما تنها زمانی به عنوان یک شاخص مرکزی است که با مقیاس اسمی به کار برده می‌شود.
- نما از بین شاخص‌های مرکزی دارای کمترین مفروضه است. و زمانی به کار گرفته می‌شود که به تعیین شاخص مرکزی به صورت تقریبی و سریع نیاز داشته باشیم.
- این شاخص (نما) در باره ی گرایش مرکزی توزیع نمره‌ها اطلاعی به ما نمی‌دهد.
- **نکته:** اگر نیمی از دانشجویان کلاس تهرانی و نیمی دیگر شهرستانی باشند، نموداری، وضعیت سکونت دانشجویان را نشان می‌دهد دونمایی است.

**میانه**: نقطه وسط در توزیع نمره‌ها ست

- اولین قدم در محاسبه میانه مرتب کردن اعداد از کوچک به بزرگ است.

**توجه:** وقتی که تعداد نمره‌ها در توزیعی زوج باشد میانه عبارت است از معدل دو نمره‌ای که وسط واقع شده‌اند.

- **محاسبه میانه:**

هنگامی که نمره‌ی عددی که توزیع را به دو قسمت تقسیم می‌کند تکراری باشد یا به عبارت دیگر دارای فراوانی بیشتر از یک باشد (میانه از طریق محاسبه به دست می‌آید)

در این جور موارد ابتدا پس از مرتب کردن داده‌ها تعداد آن ها را به ۲ تقسیم می‌کنیم تا نقطه‌ای را که میانه قرار است بر آن باشد را مشخص کنیم. مثلاً در توزیع زیر

۳-۳-۴-۵-۶-۶-۸-۹-۱۰

تعداد داده‌ها برابر با ۹ است. بنابراین $\frac{۹}{۲}$ برابر با ۴/۵، که ۴/۵ نقطه‌ای است که قرار است نیمی از داده‌ها در پائین آن و نیمی دیگر در بالای آن قرار گیرند.

در صورتی که از پائین ترین عدد شروع به شمارش کنیم متوجه می شویم چهار عدد در زیر ۵/۵ (به عنوان عدد حد پائین عدد ۶) قرار دارد. بنابراین برای رسیدن به ۴/۵ یعنی میانه به ۰/۵ نیازداریم.

چون عدد ۶ ، ۲ بار تکرار شده خواهیم داشت:

$$۵/۵ + \frac{۰/۵}{۲} = ۵/۷۵$$

حدپایین عدد ۶ — به تعداد تکرار شدن عدد مورد نظر

- **محاسبه میانه در داده‌های طبقه بندی شده:**

$$Md = L + \frac{\frac{N}{۲} - cf}{F}(i)$$

- **طریقه یافتن طبقه میانه:**

ابتداً $\frac{N}{۲}$ را محاسبه می‌کنیم. حدپایین و در ستون فراوانی تراکمی به دنبال عددی می گردیم که بزرگتر مساوی $\frac{N}{۲}$ باشد و آن طبقه را به عنوان میانه انتخاب می کنیم.

فراوانی طبقه‌ای که میانه در اون قرار دارد :L

فراوانی تراکمی طبق ها قبل از میانه: cf

فراوانی مطلق:f

فاصله طبقاتی:L

تعداد نمره‌ها :N

- توجه: روشی که گفته شد را نیز می‌توان برای داده‌هایی که به صورت جدول تنظیم نشده‌اند و دارای اعداد تکراری هستند (مثل داده‌های توزیع قبل) نیز محاسبه کرد که می‌بایست ابتدا پس از تنظیم جدول برای این داده‌ها از روش فوق برای محاسبه میانه یا همان روش قبلی استفاده کرد.

مثال: میانه‌ی داده‌های زیر را محاسبه کنید؟

مرتب کردن

۳-۴-۴-۵-۶ ⟵ ۳-۴-۵-۶-۴

| | n | f | cf |
|---|---|---|---|
| | ۳ | ۱ | ۱ |
| تنظیم جدول ⟵ | ۴ → L | ۲ → F | طبقه میانه ۳ → |
| | ۵ | ۱ | ۴ |
| | ۶ | ۱ | ۵ |

$$\frac{n}{۲}=\frac{۵}{۲}=۲/۵$$

$$md = L + \frac{\frac{n}{۲} - cf}{f}(i)$$

$$md = ۳/۵ + \frac{۲/۵ - ۱}{۲}(i)$$

$$md = ۳/۵ + \frac{۲/۵ - ۱}{۲} \times ۱ =$$

$$\boxed{md = ۳/۵ + ۰/۷۵ = ۴/۲۵}$$

↓

البته این در شرایطی است که فاصله طبقه‌ها برابر یک است، می‌باشد.

و در شرایطی که فاصله طبقات برابر یک نباشد (کوچکتر و بزرگتر از یک) باشد نیز فرق چندانی نمی‌کند.

- **ویژگی‌های میانه:**

توجه: اندازه‌یا حجم واحدهای اندازه‌گیری در میانه تاثیر ندارد و هم چنین مقدار بزرگترین عدد توزیع که در بالاترین وضعیت قرار دارد در میزان میانه تاثیری ندارد.

بنابراین میانه نسبت به اعداد بزرگ یا کوچک حساس نیست.

ویژگی دوم میانه این است که: مجموع قدر مطلق انحراف های نمره‌ها از میانه کوچکتر و یا مساوی مجموع قدر مطلق انحراف نمره‌ها از هر عدد دیگر است.

$\sum|x-md| \le \sum|x-c|$ ← میانه ← c هرعدد دیگری غیر از

- نکته: چون میانه براساس داده های رتبه بندی شده حاصل می شود، زمانی استفاده می شود که مقیاس اندازه گیری رتبه ای باشد . البته با مقیاس های فاصله ای و نسبی نیز به کار می رود اما ویژگی های این دو مقیاس تاثیری در محاسبه میانه ندارد

- **میانگین:**

مشهورترین و معتبرترین شاخص گرایش مرکزی
علامتی که برای نشان دادن میانگین به کار برده می‌شود به این بستگی دارد که برای اطلاعات جمع آوری شده میانگین، از نمونه محاسبه می‌شود یا از جامعه (پارامتر) میانگین جامعه به وسیله $\mu$ (مو) نمایش داده می‌شود. و میانگین نمونه با استفاده از $\bar{x}$ (xبار) نشان داده می‌شود.
در صورتی که فاصله طبقاتی بزرگتر از یک باشد نقطه میانی هر طبقه $(x')$ به عنوان نماینده ی آن طبقه به کار برده می‌شود. بنابراین میانگین برابر است با حاصل ضرب نقطه میانی هر طبقه در فراوانی همان طبقه و تقسیم حاصل ضرب‌های به دست آمده بر تعداد کل اعداد.

$$\bar{x} = \frac{\sum fx'}{N} \rightarrow \text{نماینده‌ی هر طبقه}$$

- روش دیگر محاسبه میانگین در این داده‌ها محاسبه میانگین اعداد طبقه بندی شده از راه میانگین فرضی (راه کوتاه) است. مراحل:
پس از تهیه و تنظیم جدول توزیع فراوانی، ابتدا طبقه‌ای را که فرض می‌شود میانگین در آن است را انتخاب می‌کنیم. معمولاً در این جور موارد طبقه‌ای را که در وسط طبقه‌ها قرار دارد یا طبقه‌ای که دارای بزرگترین فراوانی است انتخاب می‌شود.
ستون دیگری به نام $\tilde{x}$ به جدول اضافه می‌کنیم. که در این ستون در جدول طبقه‌ای که فرض می‌شود میانگین در آن قرار دارد صفر قرار می دهیم. و به همین ترتیب بالای آن ۱+ و ۲+ و... و پائین آن ۱- و ۲- و ۳- و... قرار می دهیم.
ستون‌های فراوان را در $\tilde{d}$ هر طبقه ضرب می‌کنیم تا ستون $F\tilde{X}$ به دست آید.
ستون $F\tilde{X}$ را جمع جبری می‌کنیم.
- مقادیر به دست آمده را در فرمول زیر جایگزین می‌کنیم.

$$\bar{X} = X' + \frac{\sum F\tilde{X}}{N}(i)$$

$F\tilde{X}$ جمع جبری ستون
فاصل طبقات
تعداد کل داده‌ها
نقطه میانی طبقه است که فرض می‌شود میانگین در آن قرار دارد

- **میانگین مرکب یا میانگین میانگین‌ها:**

- چنانچه حجم یا تعداد هر یک از نمونه‌ها و اعضای آن مساوی باشد.

| | $\bar{X}$ | n |
|---|---|---|
| نمونه اول | ۱۴ | ۶۰ |
| نمونه دوم | ۱۸ | ۶۰ |
| نمونه سوم | ۱۳ | ۶۰ |

$$\bar{X}_T = \frac{\sum \bar{X}}{N}$$

↓ تعداد میانگین‌ها

$$\bar{x}_T = \frac{۱۴+۱۸+۱۳}{۳} = ۱۵$$

↓ تعداد نمونه ها

- اما در صورتی که گروه‌ها دارای حجم نامساوی باشند روش محاسبه میانگین مرکب عبارت خواهد بود از

$$T = \frac{\sum \overline{X_i n_i}}{NT} \quad \bar{x}$$

$\overline{X_i n_i}$ ← مجموع حاصل ضرب میانگین هر گروه در تعداد آن

NT ← مجموع کل نمونه ها یا گروه ها

| | $\bar{x}_i$ | $n_i$ | $(\bar{x}_i n_i)$ |
|---|---|---|---|
| گروه اول | ۴۰ | ۱۰ | ۴۰۰ |
| گروه دوم | ۳۰ | ۲۰ | ۶۰۰ |
| گروه سوم | ۶۵ | ۱۵ | ۹۷۵ |

$$\bar{x}_T = \frac{۱۹۷۵}{۴۵} = ۴۳/۸۸$$

$$\sum x_i n_i = ۱۹۷۵$$

$$N_T = n_۱ + n_۲ + n_۳ = ۴۵$$

- میانگین همساز (هارمونیک) (HM)

- میانگین همساز اندازه‌های $x_۱, x_۲, x_۳, ..., x_N$ برابر است با:

$$HM = \frac{۱}{\frac{۱}{m}(\frac{۱}{x_۱} + \frac{۱}{x_۲} + ... + \frac{۱}{x_N})}$$

میانگین هندسی = $(G)$

در صورتی که $N$ داده یا عدد داشته باشیم کـه بـا $X_۱ ، X_۲ ، ... \times X_n$ نشـان داده شـوند، میـانگین هندسی برابر است با ریشه $n$ ام حاصل ضرب آن ها $G = \sqrt{(X_۱)(X_۲)...(X_n)}$

برای مثال: میانگین هندسی دو عدد ۴ و ۹ برابر است با ریشه ی دوم ۳۶

$$G = \sqrt{(۴)(۹)} = \sqrt[۲]{۳۶} = ۶$$

رابطه ی بین ۳ میانگین ذکر شده: $\bar{x} \succ G \succ HM$ ⟵ =

- **ویژگی‌های میانگین:**

میانگین به عنوان یک شاخص مرکزی به ارزش عددی هر یک از مشاهدات در توزیع فراوانی بستگی دارد. یکی از ویژگی‌های عمده‌ی میانگین این است که میـانگین نقطـه‌ای از توزیـع نمره‌هاسـت کـه همیشه حاصل جمع جبری انحراف نمره‌ها از آن برابر با صفر است:

$$\sum(X - \bar{X}) = ۰$$

و به همین دلیل میانگین نقطه‌ای تعادل توزیع نمره‌هاست.

- زمانی که مقدار ثابتی به هر یک از نمره های توزیع اضافه شود، میانگین توزیع جدید برابر اسـت بـا میانگین توزیع قدیم به اضافه ی همان مقدار ثابت

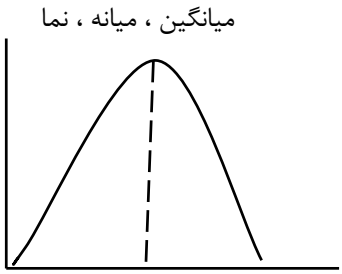
$\bar{X}_{X+C} = \bar{X}_X + C$ $\bar{X}_{X+C}$= میانگین توزیع جدید $\bar{X}_X$ = میانگین توزیع قدیم $C$ = مقدار ثابت

- **مقایسه میانگین، میانه و نما:**

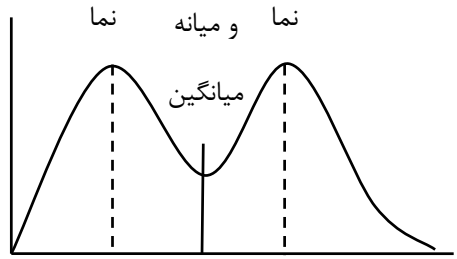
تفاوت عمدهٔ میانگین و میانه در این است که میانه یک شاخص ترتیبی اسـت و تحـت تـاثیر ارزش عـددی نمره‌ها قرار نمی‌گیرد. در صورتی که میانگین نسبت به ارزش عددی تمام نمره‌ها حساس است.

میانگین های نمونه بیشتر از میانه و نما دارای ثبات هستند . به همین دلیل، میانگین نمونه بـرآورد خوبی از میانگین جامعه است .

- **میانگین میانه و نما در دو توزیع متقارن:**



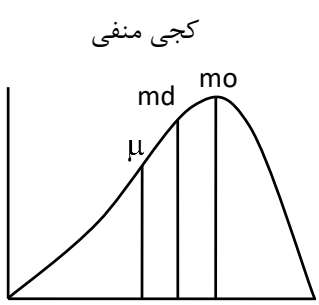

الف) تک نمایی



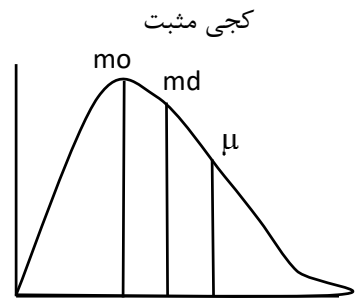

ب) دو نمایی

توضیحات: در صورتی که توزیع فراوانی یک نمایی و کاملاً متقارن باشد (همانند توزیع طبیعی) میانگین میانه و نما بر روی هم قرار می‌گیرند. در توزیع دو نمایی متقارن (شکل ب) میانگین و میانه برابر هستند و نماها در طرفین آنها واقع می‌شوند.

- **در کجی منفی**: میانگین کمترین مقدار میانه وسط و نما بیشترین مقداری را داراست.
- **در کجی مثبت**: میانگین بالاترین مقدار میانه وسط و نما دارای پایین ترین مقدار است.




نما> میانه> میانگین




میانگین> میانه> نما

- اولین عامل در انتخاب یک اندازه گرایشی مرکزی مقیاس اندازه‌گیری به کاربرده شده است.
- در صورتی که مقیاس اندازه‌گیری اسمی‌باشد. صحیح ترین شاخص ← نما
- در صورتی که مقیاس اندازه‌گیری ترتیبی باشد صحیح ترین شاخص ← میانه

مثال: قصد محاسبه متوسط حقوق ماهانه کارکنان شرکتی را داریم که اختلاف حقوق در آن زیاد است (توجه: چون چند حقوق بالا وجود دارد استفاده از میانگین صحیح نیست و میانه شاخص مناسبی است.)

- در صورتی که مقیاس اندازه‌گیری فاصله‌ای یا نسبی باشد: میانگین به عنوان یک شاخص مرکزی مناسب خواهد بود.

دومین ملاک در انتخاب یکی از اندازه‌های مرکزی: هدفی است که اندازه مرکزی با توجه به آن محاسبه می‌شود. در صورتی که محقق بخواهد که ارزش یا مقدار هر یک از مشاهدات یا اعداد در شاخص مرکزی مشارکت داشته باشد میانگین مناسب ترین شاخص است.

زمانی که محقق نمی خواهد نمره‌های خیلی بزرگ یا کوچک در محاسبه شاخص مرکزی تاثیر داشته باشند میانه شاخص مناسبی است.

- از جمله ویژگی‌های میانه این است که به غالب نمره‌های توزیع نزدیک است. در ضمن این شاخص علاوه بر مقیاس ترتیبی با مقیاس فاصله‌ای و نسبی نیز به کار برده می‌شود.
- در توزیع‌هایی که دارای کجی مثبت هستند، میانگین ازمیانه و نما بزرگتر است . در کجی های منفی میانگین از میانه و نما کوچکتر است.
- **شاخص های پراکندگی**

شاخص های پراکندگی، میزان پراکندگی یا تغییراتی را که در بین نمره‌ها وجود دارد را، نشان می‌دهد. قضاوت در مورد اینکه پراکندگی خوب است یا بد با توجه به هدف پژوهش صورت می‌گیرد.

- **دامنه تغییرات**

ساده ترین شاخص پراکندگی است و مقدار آن در یک توزیع فراوانی برابر است با تفاضل بین بزرگترین و کوچکترین عدد.

$$R = (X_H - X_L) + ۱$$

به دلیل در نظر گرفتن حد پایین واقعی کوچکترین عدد و حد واقعی بالای بزرگترین عدد اضافه شده است.

- چون دامنه تغییرات درمحاسبه آن فقط از دو عدد (بزرگترین و کوچکترین) استفاده می‌شود قادر به توصیف توزیع نمره‌ها به صورت حقیقی نیست.
- استفاده از دامنه تغییرات مستلزم داشتن مقیاس فاصله‌ای است. بنابراین در شرایطی که مقیاس اندازه‌گیری اسمی یا ترتیبی باشد دامنه تغییرات شاخص مناسبی نیست.

- **انحراف چارکی**
- این شاخص چون میزان پراکندگی را در اطراف مرکز توزیع نشان می‌دهد از دامنه تغییرات با ثبات تر است.

$$Q = \frac{Q_۳ - Q_۱}{۲}$$

- چارک‌ها نقاطی بر روی مقیاس اندازه‌گیری هستند که کلیه مشاهده یا نمرات را به ۴ قسمت مساوی تقسیم می‌کند.

$Q_۳ - Q_۱ =$ دامنه‌ی تغییر بین چارک‌ها

- برای محاسبه چارک اول و سوم ابتدا نمره‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب و سپس توزیع را با تعیین میانه به دو قسمت تقسیم می‌کنیم. میانه‌های قسمت چپ و راست به ترتیب چارک اول و سوم هستند.

**مثال:**

سمت چپ ← ۶ − ۸ − ۹ − ۱۱ − ۱۲ − ۱۳ − ۱۴ − ۱۷ → سمت راست

$$md = \frac{۸+۹}{۲} = ۸/۵ \searrow Q_۱$$

$$\frac{۱۳+۱۴}{C} = ۱۳/۵ \searrow Q_۳$$

$$md = ۱۱/۵ \rightarrow Q_۲$$

$$Q = \frac{Q_۳ - Q_۱}{۲} = \frac{۱۳/۵ - ۸/۵}{۲} = ۲/۵$$

**ب) محاسبه چارک‌های اعداد طبقه‌بندی شده:**

- محاسبه چارک اول: ابتدا $\frac{N}{۴}$ را محاسبه می‌کنیم و به ستون جدول فراوانی تراکمی نگاه می‌کنیم. و طبقه $w$ که فراوانی تراکمی آن مساوی یا بزرگتر از $\frac{N}{۴}$ باشد را انتخاب می‌کنیم. و پس با توجه به فرمول که داریم:

$$Q_۱ = L + \frac{\frac{N}{۴} - cf}{f}(i)$$

$L$: فراوانی تراکمی طبقه ما قبل

$f$: فراوانی مطلق طبقه ای که چارک اول در آن قرار دارد

$i$: فاصله طبقاتی

و برای محاسبه‌ی چارک سوم نیز به همین ترتیب عمل می‌کنیم با این تفاوت که این بار $\frac{۳N}{۴}$ را محاسبه می‌کنیم.

- بعد از محاسبه چارک اول و سوم آن را در فرمول قرار داده محاسبه می‌کنیم.

$$Q = \frac{Q_۳ - Q_۱}{۲}$$

نکات: چون انحراف چارکی همانند میانه تحت تاثیر نمره‌های خیلی بزرگ یا خیلی کوچک قرار نمی‌گیرد بنابراین از این شاخص باید در شرایطی استفاده شود که تاثیر نمره‌های خیلی بزرگ یا خیلی کوچک مورد نظر نباشد.

- چون انحراف چارکی منعکس کننده‌ی پراکندگی در قسمت میانی توزیع نمره‌هاست بنابراین بهترین مورد استفاده آن زمانی است که نمره‌های خیلی بزرگ یا خیلی کوچک شکل توزیع نمره را از بین می‌برند.
- میانه و انحراف چارکی هر دو یک خانواده آماری را شکل می‌دهند. زیرا اساس محاسبه ی هر دو نقاط چارکی است و میانه با چارک دوم برابر است .
- توجه: چنانچه $Q, Q_۳$ را به ما داده باشند راحت می‌توانیم میانه را حساب کنیم. به این ترتیب

$$Q_۳ - Q = Q_۲$$

چارک دوم برابر با میانه

- زمانی که میانه به عنوان شاخص مرکزی انتخاب می شود، انحراف چارکی را به عنوان شاخص پراکندگی معرفی می کنند.
- انحراف متوسط یا میانگین قدر مطلق انحراف نمره‌ها از میانگین

$$MD = \frac{\Sigma |xi|}{N}$$

$x_i = x_i - \bar{x}$ انحراف نمره‌ها از میانگین

$\bar{x}$ = میانگین

مثال:

$۴, ۳, ۷, ۲$

$\bar{x} = ۴$

$x_i - \bar{x} = ۰, -۱, ۳, -۲$

$$MD = \frac{\Sigma |(X_i)|}{N} = \frac{۶}{۴} = ۱/۵$$

نحوه‌ی محاسبه انحراف متوسط برای داده‌های طبقه بندی شده همانند اعداد طبقه بندی نشده است با این تفاوت که در اعداد طبقه بندی شده انحراف نقاط میانی طبقه‌ها از میانگین را محاسبه می‌کنیم.

$$MD = \frac{\sum f|x_i|}{N}$$

- برای استفاده از انحراف متوسط، مقیاس اندازه‌گیری باید حداقل فاصله‌ای باشد. چون با این شاخص (انحراف از میانگین) نمی‌توان عملیات جبری انجام داد، بنابراین در استفاده از آن باید احتیاط کرد.

واریانس: میانگین انحراف نمره‌ها از میانگین یا مجموع مجذور انحراف نمره‌ها از میانگین تقسیم بر تعداد نمره‌ها

$$\begin{cases} s^2 = \dfrac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1} & \text{واریانس نمونه} \\ \sigma^2 = \dfrac{\sum(x-\mu)^2}{N} & \text{واریانس جامعه} \end{cases}$$

- **انحراف استاندارد یا(معیار):**

مشکل اختلاف واحد اندازه‌گیری با واحد واریانس را می‌توان با جذر گرفتن از واریانس حل کرد که این عمل موجب می‌شود که واحد شاخص محاسبه شده با واحد اندازه‌گیری به کار برده شده یکسان شود و یکی از شاخص ها ی معتبر آماری به نام انحراف استاندارد یا انحراف معیار به دست اید.

- **تاثیر جمع یا ضرب کردن یک عدد ثابت در انحراف استاندارد:**
- چنانچه به همه‌ی اعداد یک توزیع نمره‌یک عدد ثابت اضافه شود انحراف استاندارد تغییری نخواهد کرد.
- در صورتی که کلیه اعداد یک توزیع در عدد ثابتی مانند c ضرب شوند انحراف استاندارد توزیع نیز در آن عدد ثابت ضرب خواهد شد.

$$X_1, X_2, X_3 \xrightarrow{XC} X_{1^2}, X_{2^2}, X_{3^2} \xrightarrow{\text{میانگین}}$$

$$\bar{X}XC \xrightarrow{\text{انحراف استاندارد}} \frac{XC}{X} - \frac{\bar{X}C}{\bar{\bar{X}}}$$

- **تصحیح شپرد:**

محاسبه میانگین از طریق جدول طبقه بندی شده دارای خطایی است که به آن خطای طبقه بندی گفته می‌شود در محاسبه انحراف استاندارد خطای طبقه بندی به دلیل آنکه انحراف ها مجذور می‌شوند بیشتر می‌شود. بنابراین برای تعدیل این خطا، انحراف استاندارد محاسبه شده بایستی تصحیح شود. البته باید توجه داشت که میزان خطا تابع فاصله طبقه‌هاست. هر چه فاصله طبقه‌ها بزرگتر باشد، این خطا زیادتر می‌شود. ضمناً باید خاطر نشان کرد که تصحیح مورد نظر زمانی به کار برده می‌شود.که تعداد طبقه‌ها کمتر از ۱۲ طبقه باشد.

$SC = \sqrt{S^2 - \frac{i^2}{12}}$ انحراف استاندار تصحیح شده

انحراف استاندارد محاسبه شده S

فاصله طبقات i

**ضریب پراکندگی:**

- مقایسه پراکندگی یک ویژگی از گروه را با پراکندگی ویژگی دیگر از همان گروه، ضریب پراکندگی می‌گویند.
- ضریب پراکندگی (V) (ضریب نسبی واریانس گفته می‌شود.) و در محاسبه ی آن از میانگین و انحراف استاندرد توزیع نمره‌ها مطابق فرمول زیر استفاده میشود.

$V = \frac{S}{\bar{X}}(100)$ ضریب پراکندگی

- معتبر ترین شاخص پراکندگی ⟵ انحراف استاندارد است. زیرا در محاسبه آن ارزش مقداری هر یک از اطلاعات جمع آوری شده مورد استفاده قرار می‌گیرد.
- انحراف استاندارد پایدارترین و با ثبات ترین و بر عکس، دامنه تغییرات بی ثبات ترین و بی اعتبار ترین شاخص پراکندگی است.
- یکی از عیوب دامنه تغییرات آن است که مقدارآن به حجم نمونه بستگی دارد به طور کلی هر چه حجم نمونه زیاد باشد مقدار دامنه تغییرات احتمالاً زیاد خواهد شد زیرا هر چه حجم نمونه زیاد باشد احتمال انتخاب یک نمره‌ی خیلی بزرگ یا خیلی کوچک افزایش پیدا می‌کند.
  بهتر است زمانی از انحراف استاندارد استفاده شود که میانگین به عنوان یک شاخص مرکزی مورد استفاده قرار گیرد.
- **کجی:**
  یکی از موارد استفاده از چارکها و نتیجتاً انحراف چارکی، تعیین کجی توزیع نمره‌هاست