
بسم الله الرحمن الرحيم

شرح جامع

آمار

«علوم اقتصادی»

مولف: نسرین حضارمقدم

انتشارات ارشد

پیشگفتار ناشر

خداوند بزرگ را شاکریم که فرصتی عنایت فرمود تا بتوانیم قدمی در جهت گسترش علم و فرهنگ کشور عزیزمان برداریم و مسیری هموار را در اختیار مخاطبان و داوطلبان علاقمند به ادامه تحصیل قرار دهیم. از آنجائی که درحوزه کتاب‌های درسی و کمک درسی کارشناسی ارشد کتاب‌های زیادی به رشته تحریر در آمده است با این حال وجود یک مجموعه جامع، دقیق، کامل و دارای رفرنس(منابع) مستند احساس می‌شود.

همیشه دغدغه داشتیم که ای کاش می‌شد تمامی منابع پراکنده و گاهاً دست نایافتنی کنکور در یک مجموعه به گونه‌ای جذاب و شیوا آماده می‌شد و همچنین سوالات دوره‌های قبل کنکور نیز به گونه‌ای تشریحی پاسخ داده می شدند، که خدشه‌ای بر آنها وارد نشود و خیال داوطلبان عزیز آنقدر آسوده باشد که اطلاعات مندرج در پاسخنامه‌ها را برای بهره‌گیری در آزمون خود بکار گیرند. این کار با یاری خداوند بزرگ و همکاری نخبه‌ترین دانشجویان و اساتید کشور در انتشارات ارشد هماهنگ گردید و در تمامی مقاطع تحصیلی از کاردانی به کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری در حوزهٔ آزمون‌های سراسری – آزاد و پیام نور بسته‌های آموزشی شامل کتاب‌های بانک سوالات و کتاب‌های شرح جامع درس آماده گردید. در تهیه مجموعه‌های فوق‌الذکر از فارغ‌التحصیلان کارشناسی ارشد و دکتری که حائز رتبه‌های تک رقمی کنکور می‌باشند، استفاده کرده‌ایم، تا شما عزیزان بتوانید در راستای افزایش توان علمی خود در جهت نیل به مقصود خویش نایل آیید. بدون تردید می‌توان گفت که برای اولین بار در نظام آموزشی کشور مجموعه‌ای به این سبک عرضه می‌شود که در کیفیت و کمیت بی‌نظیر بوده و تمامی نیازهای دانشجویان و داوطلبان عزیز را پوشش می‌دهد. امید است که استفاده از این مجموعه عزیزان را در جهت موفقیت در آزمون یاری رسانده باشد. در پایان لازم به ذکر است که بی نقصی محض از آن خداوند متعال می‌باشد، بنا براین از تمامی خوانندگان و داوطلبان عزیز خواهشمندیم نظرات سازنده خود را در مورد این کتاب به سایت انتشارات ارشد اعلام نمایند تا ما را در جهت هر چه بهتر آماده کردن این محصولات یاری رسانند.

با تشکر

ناشـــــر

www.arshadbook. ir

پیشگفتار مولف

این مجموعه به منظور ایجاد توانایی‌های لازم برای دانشجویان رشتهٔ علوم اقتصادی و بر مبنای آخرین سر فصل‌های کنکور اعلام شده توسط شورای عالی برنامه‌ریزی وزرات علوم، تحقیقات و فناوری تدوین شده است. هدف از تدوین این مجموعه بالا بردن سرعت و دقت دانشجویان و همچنین کاهش دغدغهٔ فکری آنها از جهت وجود منابع پراکنده برای مطالعه است.

کتاب پیش روی شامل تمامی نکات لازم برای دانشجویان و داوطلبان کنکور کارشناسی ارشد می‌باشد. این مجموعه شامل هفت فصل است که در هر فصل پس از بیان مفاهیم اساسی و مورد نیاز دانشجویان و داوطلبان، به منظور تفهیم بیشتر و نیز آشنایی با چگونگی کاربرد این مفاهیم، تستهای کنکور و مثال‌های مختلف ذکر شده است. در فصل اول آمار توصیفی (روش های جمع‌آوری، خلاصه کردن و نمایش داده‌های آماری) مورد بحث قرار می‌گیرد. فصل دوم به بحث احتمال و قوانین احتمالات می‌پردازد. در فصل سوم متغیر تصادفی معرفی شده و در فصل چهارم به مهمترین توزیع‌های گسسته و پیوسته پرداخته می‌شود. در فصل پنجم با روش های نمونه‌گیری و توزیع نمونه‌گیری آشنا شده و سپس در فصل ششم به برآوردهای آماری و نهایتاً در فصل هفتم آزمونهای فرضیه، رگرسیون و آنالیز واریانس مورد بحث قرار می‌گیرد.

با تشکر

نسرین حضار مقدم

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

پیشگفتار ناشر ۳
پیشگفتار مولف ٤

فصل اول: آمار توصیفی

۱- مفهوم آمار و انواع آن ۱۰
۲- جامعه آماری ۱۰
۳- صفت ۱۱
۴- مقیاسها ۱۱
۵- نمونه‌گیری ۱۳
۶- نمایش داده‌ها در آمار ۱۳
۱-۶- به صورت پراکنده ۱۳
۲-۶- جداول آماری (جدول توزیع فراوانی) ۱۳
۳-۶- نمودارهای آماری ۱۶
۷- پارامترهای مرکزی ۱۹
۱-۷- میانگین ۱۹
۲-۷- میانه (me) ۲۴
۳-۷- مد ۲۶
۴-۷- چندکها (چارکها، دهکها، صدکها) ۲۷
۸- پارامترهای پراکندگی ۲۹
۱-۸- دامنه تغییرات، دامنه میان چارکی، انحراف چارکی ۲۹
۲-۸- انحراف متوسط (AD) ۳۰
۳-۸- واریانس ۳۱
۴-۸- انحراف معیار ۳۳
۹- شاخصهای نسبی پراکندگی ۳۴
۱-۹- ضریب تغییرات ۳۴
۲-۹- ضریب چولگی (ضریب انحراف ا ز قرینگی) ۳۶
۳-۹- ضریب کشیدکی ۳۸
۱۰- گشتاورها ۳۹

فصل دوم: آنالیز ترکیبی و احتمال

۱- تئوری احتمالات ۵۷
۲- انواع احتمال ۵۷

عنوان **صفحه**

۱-۲- احتمال کلاسیک ۵۷
۲-۲- احتمال عینی یا فراوانی نسبی ۵۷
۳-۲- احتمال ذهنی ۵۸
۳- در محاسبهٔ احتمال لازم است چند مفهوم اساسی روشن گردد ۵۸
۱-۳- آزمایش تجربی ۵۸
۲-۳- آزمایش تجربی تصادفی ۵۸
۳-۳- فضای نمونه ۵۸
۴-۳- حادثه ۵۸
۵-۳- آنالیز ترکیبی ۵۸
۴- قوانین احتمال ۶۳
۵- حوادث هم تراز ۶۵
۶- حوادث مستقل ۶۵
۷- حوادث ناسازگار ۶۶
۸- احتمال شرطی ۶۷
۹- احتمال متوسط ۶۹
۱۰- قانون بیز ۷۰

فصل سوم: متغیر تصادفی و توزیع احتمال

۱- متغیر تصادفی ۸۳
۱-۱- متغیر تصادفی گسسته ۸۳
۲-۱- متغیر تصادفی پیوسته ۸۴
۲- تابع احتمال PROBABILITY FUNCTION ۸۴
۳- تابع احتمال گسسته ۸۴
۴- تابع احتمال پیوسته ۸۵
۵- تابع احتمال تجمعی ۸۷
۶- محاسبه مد ، میانه و چندکها ۸۸
۷-کمیت انتظاری یک متغیر تصادفی (امید ریاضی) ۸۹
۸- واریانس و انحراف معیار متغیر تصادفی ۹۲
۹- متغیر استاندارد شده ۹۵
۱۰- نابرابری چه بی شف ۹۵
۱۱- تابع احتمال دو متغیره (مشترک) ، حاشیه ای و شرطی ۹۷
۱۲- کوواریانس ۹۹
۱۳- ضریب همبستگی ۱۰۲
۱۴- ضریب تشخیص (ضریب تعیین) ۱۰۳

عنوان **صفحه**

فصل چهارم: توزیعهای احتمال

۱- توزیعهای احتمالی گسسته ۱۲۷
۱-۱- توزیع یکنواخت ۱۲۷
۱-۲- توزیع برنولی (دو نقطه‌ای) ۱۲۸
۱-۳- توزیع دو جمله‌ای ۱۲۹
۱-۴- توزیع چند جمله‌ای ۱۳۱
۱-۵- توزیع دو جمله‌ای منفی (پاسکال) ۱۳۱
۱-۶- توزیع هندسی ۱۳۲
۱-۷- توزیع فوق هندسی ۱۳۳
۱-۸ توزیع پواسون ۱۳۶
۲- توزیعهای احتمالی پیوسته ۱۳۸
۲-۱- توزیع یکنواخت پیوسته ۱۳۸
۲-۲- توزیع نمایی ۱۳۹
۲-۳- توزیع گاما ۱۴۰
۲-۴- توزیع نرمال ۱۴۱
۲-۵- توزیع نرمال استاندارد ۱۴۳
۲-۶- توزیع خی دو، کای دو یا کای اسکور ۱۴۶
۲-۷- توزیع F (فیشر) ۱۴۷
۲-۸- توزیع t (استیودنت) ۱۴۷

فصل پنجم: روشهای نمونه‌گیری و توزیع‌های نمونه‌گیری

۱- مفهوم نمونه‌گیری و نمونه تصادفی ۱۶۳
۲- انواع نمونه‌گیری تصادفی ۱۶۳
۲-۱- تصادفی ساده ۱۶۳
۲-۲- سیستماتیک (منظم) ۱۶۴
۲-۳- طبقه‌بندی شده ۱۶۴
۲-۴- خوشه‌ای ۱۶۴
۳- آماره‌های نمونه ۱۶۵
۴- مفهوم تابع توزیع نمونه‌ای ۱۶۷
۵- انواع تابع توزیع نمونه‌ای ۱۶۷
۵-۱- توزیع نمونه‌ای میانگین ۱۶۷
۵-۲- توزیع نمونه‌ای تفاضل یا مجموع میانگین‌ها ۱۶۹
۵-۳- توزیع نمونه‌ای نسبت‌ها ۱۷۰
۵-۴- توزیع نمونه‌ای تفاضل یا مجموع نسبت‌ها ۱۷۲
۵-۵- توزیع نمونه‌ای واریانس ۱۷۲
۵-۶- توزیع نسبت واریانس‌های نمونه‌ای ۱۷۴

عنوان **صفحه**

فصل ششم: برآورد

۱- برآورد نقطه‌ای ۱۸۵
۲- خصوصیات برآوردکننده نقطه‌ای ۱۸۵
۳- برآورد فاصله‌ای ۱۸۸
۴- برآورد فاصله‌ای میانگین جامعه ۱۸۹
۵- برآورد فاصله‌ای تفاضل یا مجموع میانگین‌های دو جامعه ۱۹۲
۶- برآورد فاصله‌ای نسبت جامعه ۱۹۳
۷- برآورد فاصله‌ای تفاضل یا مجموع دو نسبت ۱۹۴
۸- برآورد فاصله‌ای واریانس جامعه ۱۹۴
۹- برآورد فاصله‌ای نسبت واریانس‌های دو جامعه ۱۹۵

فصل هفتم: آزمون فرضیه

۱- تعریف آزمون فرضیه ۲۱۳
۲- روش آزمون فرضیه ۲۱۳
۳- انواع خطاهای آماری ۲۱۴
۴- توان آزمون ۲۱۶
۵- آزمون مقایسه میانگین جامعه (μ) ۲۱۶
۶- آزمون مقایسه میانگین دو جامعه $(\mu_1 - \mu_2)$ ۲۱۷
۷- آزمون مقایسهٔ نمونه های جفت شده (مقایسهٔ زوج ها) ۲۱۹
۸- آزمون نسبت یک جامعه (P) ۲۲۰
۹- آزمون تفاضل نسبت در دو جامعه $(P_1 - P_2)$ ۲۲۱
۱۰- آزمون واریانس جامعه (σ_x^2) ۲۲۳
۱۱- آزمون نسبت واریانس دو جامعه $\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right)$ ۲۲۴
۱۲- آزمون نیکویی برازش (آزمون کای دو ساده) ۲۲۵
۱۳- آزمون استقلال (آزمون کای دو مضاعف) ۲۲۷
۱۴- آزمون رگرسیون ۲۳۰
۱۵- تحلیل واریانس ۲۳۳

فصل اول

آمار توصیفی

عناوین اصلی

- مفهوم آمار و انواع آن
- جامعهٔ آماری
- صفت
- مقیاس‌ها
- نمونه‌گیری
- نمایش داده‌ها در آمار
- پارامترهای مرکزی
- پارامترهای پراکندگی
- شاخص‌های نسبی پراکندگی
- گشتاورها

فصل اول

آمار توصیفی

۱- مفهوم آمار و انواع آن

بطور کلی به هرگونه اطلاعات در خصوص مسئله یا فعالیتی که به صورت کمی در قالب ارقام آمده باشد آمار نامیده می‌شود اما در معنای تخصصی‌تر، علم آمار اینگونه تعریف می‌گردد:

مجموعه‌ای از تکنیک‌ها و روش‌های علمی است که برای جمع‌آوری و تلخیص، تجزیه و تحلیل، تفسیر و بررسی اطلاعات و مشاهدات آماری مورد استفاده قرار می‌گیرد.

موضوعات آماری را می‌توان به دو بخش تقسیم کرد:

۱- آمار توصیفی: عبارت است از روش‌هایی که در جمع‌آوری، طبقه‌بندی، خلاصه کردن و نمایش داده‌های آماری مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۲- آمار استنباطی: عبارت است از معرفی روش‌ها و تکنیک‌ها که برای تعمیم دادن اطلاعات حاصل از نمونه به کل جامعه، لازم است.

۲- جامعه آماری

قبل از بیان مفهوم جامعه‌ی آماری لازم است به بیان مفهوم صفت مشخصه بپردازیم:

صفت مشخصه: صفتی است که بین همه‌ی عناصر جامعه‌ی آماری مشترک است و وجه تمایز بین جامعه‌ی آماری از سایر جوامع می‌باشد.

جامعه‌ی آماری: تعدادی از عناصر جامعه که حداقل دارای یک صفت مشخصه باشد.

جامعه آماری را به دو دسته تقسیم می‌کنند:

۱- محدود: تعداد عناصر جامعه قابل شمارش است مثل تعداد دانشجویان دانشگاه تهران

۲- نامحدود: تعداد عناصر جامعه غیر قابل شمارش است مثل تعداد ستارگان آسمان

مثال:

کدام تعریف برای صفت مشخصه صحیح است؟ **(مدیریت ۷۲)**

۱) صفتی است که اندازه‌گیری آن از فردی به فرد دیگر تغییر می‌کند.

۲) صفتی است که قابل اندازه‌گیری است.

۳) صفت مشترک برای افراد جامعه است.

۴) صفتی که قابل شمارش باشد.

پاسخ گزینه: «۳»

۳- صفت

به کمیت یا کیفیتی که خاص عناصر جامعه‌ی آماری باشد، صفت می‌گویند.

صفت‌ها را به شکل زیر طبقه‌بندی می‌کنند:

صفت
- متغیر
  - کمی
    - پیوسته
    - گسسته
  - کیفی
- مشترک (ثابت)

به طور کلی صفات به دو دسته تقسیم می‌شوند:

۱- صفت مشترک (ثابت): صفتی که بین همه‌ی عناصر جامعه مشترک باشد مثل صفت دانشجو بودن برای دانشجویان یک دانشگاه

۲- صفت متغیر: صفتی که در بین عناصر جامعه می‌تواند تغییر کند مثل قد و وزن در بین دانشجویان یک دانشگاه

صفت متغیر نیز خود به دو بخش تقسیم می‌شود:

۱- صفت متغیر کمی

صفتی است که می‌توان آن را با ابزارهایی رایج اندازه‌گیری کرد و با یک عدد واحددار (مانند کیلوگرم، کیلومتر و ...) بیان نمود، که به دو دسته تقسیم می‌شود.

صفت متغیر کمی پیوسته: این دسته از صفات از طریق اندازه‌گیری به دست می‌آیند یعنی گستره‌ی تغییرات آنها مجموعه‌ی اعداد حقیقی است مثل قد و وزن.

صفت متغیر کمی گسسته: این دسته از صفات از طریق طریق شمارش به دست می‌آیند یعنی گستره‌ی تغییرات آنها مجموعه‌ی اعداد طبیعی است. مثل تعداد دانشجویان

۲- صفت متغیر کیفی

صفتی است که قابل اندازه‌گیری و بیان با یک عدد واحددار نیست مانند مهارت، زیبایی و استعداد، که خود به دو دسته تقسی می‌شود:

صفت متغیر کیفی ترتیبی: در این دسته از صفت‌های متغیر کیفی، نوعی ترتیب طبیعی وجود دارد مانند مراحل تحصیل

صفت متغیر کیفی اسمی: صفت متغیر کیفی‌ای که ترتیبی نباشد در این دسته قرار می‌گیرد مثل گروه خونی.

۴- مقیاس‌ها

در مشاهدات آماری با چهار مقیاس مهم روبرو می‌شویم:

۱- اسمی (طبقه‌ای)

۲- رتبه‌ای (ترتیبی)

۳- فاصله‌ای

۴- نسبی

تعاریف:

۱- مقیاس اسمی: در این مقیاس داده‌ها را با نام‌گذاری طبقه‌بندی می‌کنند مانند گروه‌های خونی

📖 **نکته:** این نوع مقیاس به علت ضعف در اندازه‌گیری، در صفات کیفی استفاده می‌شود.

۲- مقیاس ترتیبی: در این مقیاس داده‌ها را با توجه به نوعی تعریف طبقه‌بندی می‌کنند مثل گروه‌های درآمدی (پردرآمد، متوسط و کم‌درآمد)

📖 **نکته:** این نوع مقیاس نیز به علت ضعف در اندازه‌گیری، در صفات کیفی استفاده می‌شود.

۳- مقیاس فاصله‌ای: این مقیاس نیز مانند مقیاس ترتیبی، دارای یک ترتیب است، به علاوه اینکه هر طبقه دارای یک فاصله‌ی عددی هم می‌باشد مانند سانتی‌گراد برای دما.

📖 **نکات**

- نکته: این مقیاس دارای صفر قراردادی است.
- نکته: نسبت هر دو فاصله مستقل از واحد اندازه‌گیری و مستقل از نقطه‌ی صفر است. بدین معنی که اگر برای مثال وزن دو شیء بر حسب کیلوگرم ۳/۲ و ۰/۸ باشد و بر حسب گرم ۳۲۰۰ و ۸۰۰ باشد، در نهایت نسبت هر دو با هم برابر است:

$$\frac{۳/۲}{۰/۸}=۴ \quad =\frac{۳۲۰۰}{۸۰۰}=۴$$

- نکته: ین مقیاس برای صفات کمی استفاده می‌شود.

۴- مقیاس نسبی: این مقیاس تمام ویژگی‌های مقیاس قبل (فاصله‌ای) را داراست به علاوه اینکه دارای صفر واقعی هم می‌باشد مانند پوند، گرم، متر و ...

📖 **نکات**

- نکته: دقیق‌ترین مقیاس برای صفات کمی است.
- نکته: نسبت هر دو نقطه‌ی دلخواه مستقل از واحد اندازه‌گیری است. (مانند مقیاس فاصله‌ای)

تست

کدام مقیاس دارای ویژگی‌های بهتری برای اندازه‌گیری است؟ (حسابداری ۸۴)

۱) اسمی ۲) ترتیبی ۳) نسبتی ۴) فاصله‌ای

پاسخ گزینه: «۳»

در جدول زیر خلاصه‌ی مفاهیم درباره‌ی مقیاس‌های چهارگانه و مقایسه‌ی آنها ذکر شده است:

مراتب / نوع مقیاس	ترتیب	فواصل	مبدأ صفر قراردادی	مبدأ صفر مطلق
اسمی	ندارد	ندارد	ندارد	ندارد
رتبه‌ای	دارد	ندارد	ندارد	ندارد
فاصله‌ای	دارد	دارد	دارد	ندارد
نسبتی	دارد	دارد	دارد	دارد

۵- نمونه‌گیری

به بخش کوچکی از جامعه که با روش‌های علمی انتخاب می‌شود تا به عنوان الگویی از جامعه‌ی مورد نظر، مورد بررسی قرار بگیرد، نمونه می‌گویند.

هر نمونه باید یک ویژگی مهم داشته باشد و آن، این است که:

گویای کاملی از وضعیت جامعه از نظر صفت مورد مطالعه باشد.

با توجه به معنای نمونه‌گیری دو واژه قابل تعریف است: آماره و پارامتر

تعریف آماره: مربوط به نمونه است یعنی خصوصیتی از یک نمونه را مورد بررسی قرار می‌دهد.

تعریف پارامتر: مربوط به جامعه است یعنی عددی است که خصوصیتی از یک جامعه را بیان می‌کند.

پارامترها و آماره‌های مهم

شاخص	گروه	نماد کلی	میانگین	واریانس	نسبت
آماره	نمونه	$\hat{\theta}$	$\bar{x}$	S^2	$\bar{p}$
پارامتر	جامعه	θ	μ	σ^2	p

۶- نمایش داده‌ها در آمار

۶-۱- به صورت پراکنده

یک روش نمایش داده‌ها و یا به عبارتی مشاهدات جمع‌آوری شده بصورت پراکنده است. در این روش داده‌ها از هیچ نظم یا طبقه‌بندی خاصی پیروی نمی‌کنند.

۶-۲- جداول آماری (جدول توزیع فراوانی)

پس از جمع‌آوری داده‌ها، یکی از وظایف آمار توصیفی طبقه‌بندی داده‌ها به منظور ارائه تصویری از جامعه یا نمونه‌ی مورد مطالعه است. برای ساختن جدول توزیع فراوانی یعنی طبقه‌بندی داده‌ها، متداول است که ضوابطی را رعایت کنیم تا این طبقه‌بندی بهتر صورت می‌گیرد.

نحوه‌ی انجام کار به قرار زیر است:

قدم اول) طبقات را مشخص می‌کنیم.

تعداد طبقاتی که لازم است در یک جدول توزیع فراوانی در نظر گرفته شود، به تعداد مشاهدات آماری بستگی دارد. هر قدر تعداد طبقات کمتری در نظر گرفته شود، خلاصه کردن داده‌های آماری با فشردگی بیشتری صورت خواهد گرفت و جای کمی برای پی بردن به جزئیات باقی خواهد گذاشت. در مقابل هر چه تعداد طبقات زیاد باشد، امر خلاصه کردن داده‌ها کمتر انجام شده‌ای بیشتر می‌توان جزئیات را مشاهده کرد.

یکی از روش‌هایی که می‌توان برای تعیین تعداد طبقات بکار گرفت استفاده از قاعده‌ی استورجس (sturges Rule) به شکل زیر است:

$$K = ۱ + ۳/۳ \log N$$

K= تعداد

N= تعداد مشاهدات

📖 نکات

- نکته۱: به اعدادی که طبقات یک جدول توزیع فراوانی را مشخص می‌سازند، حدود طبقات می‌گویند.
- نکته۲: مرکز طبقه = نماینده طبقه = متوسط طبقه = نصف مجموع حد پائین و حد بالای آن طبقه (X_i)
- نکته۳: عرض طبقه = تفاوت بین حدود بالا یا حدود پائین دو طبقه‌ی متوالی
- نکته ۴: عرض تقریبی طبقه برابراست با $= \frac{\text{بزرگترین عدد} - \text{کوچکترین عدد}}{\text{تعداد طبقات}}$
- نکته۵: طبقات نباید با هم فصل مشترکی داشته باشند و اگر این طور هست، کمیت‌ها نباید به گونه‌ای باشند که تعلقشان به هر طبقه ما را دچار مشکل سازد.
- نکته۶: باید سعی کرد از ساختن طبقات باز (حد بالا یا پائین مشخص نباشد) اجتناب شود.

قدم دوم) تعداد عناصری که در هر طبقه جای می‌گیرد را مشخص می‌کنیم که فراوانی هر طبقه نامیده می‌شود.

انواع فراوانی‌ها

۱- فراوانی مطلق: تعداد داده‌های مربوط به هر طبقه را گویند و با F_i نمایش می‌دهند.

📖 نکته: مجموع فراوانی‌های مطلق = حجم جامعه

۲- فراوانی نسبی: نسبت فراوانی هر طبقه به حجم جامعه را گویند و با f_i نمایش می‌دهند.

📖 نکته: مجموع فراوانی‌های نسبی = یک

۳- درصد فراوانی نسبی: حاصلضرب فراوانی نسبی هر طبقه در ۱۰۰، گویند و با p_i نمایش می‌دهند.

نکته- مجموع درصد فراوانی‌های نسبی = ۱۰۰

۴- فراوانی تجمعی: فراوانی تجمعی هر طبقه برابر است با جمع فراوانی مطلق همان طبقه به علاوه‌ی فراوانی‌های مطلق طبقات ماقبل که با F_{c_i} نمایش داده می‌شود.

چند نکته در مورد فراوانی تجمعی

نکات

- نکته۱: اگر فراوانی تجمعی به صورت کمتر از (یعنی کمتر از کرانه بالای هر طبقه) باشد این نوع فراوانی به شکل صعودی در می‌آید.
- نکته۲: فراوانی تجمعی داده یا طبقه‌ی آخر نشان‌دهنده‌ی حجم جامعه است.
- نکته۳: اختلاف دو فراوانی تجمعی متوالی، فراوانی مطلق طبقه‌ی بالاتر را نشان می‌دهد.

$$F_{c_{i+1}} - F_{c_i} = F_{i+1}$$

مثال:

یک جدول فراوانی به حجم ۵۰ دارای ۱۰ طبقه است. اگر فراوانی مطلق طبقهٔ آخر ۸ باشد فراوانی تجمعی طبقهٔ نهم چند است؟

راه حل:

$$F_{C10} = 50 \quad , \quad F_{10} = 8$$

$$F_{C10} - F_{C9} = F_{10}$$

$$50 - F_{C9} = 8$$

$$F_{C9} = 42$$

- نکته۴: فراوانی تجمعی بیشتر (یعنی بیشتر از کرانه پائین هر طبقه) همیشه بصورت نزولی خواهد بود.

۵- فراوانی نسبی تجمعی: فراوانی نسبی تجمعی معادل است با مجموع فراوانی‌های نسبی از طبقه اول تا طبقه‌ی مورد نظر.

چند نکته در مورد فراوانی تجمعی نسبی:

نکات

- نکته ۱: فراوانی تجمعی نسبی در طبقه آخر یک است.
- نکته ۲: اختلاف دو فراوانی تجمعی نسبی متوالی برابر است با فراوانی نسبی طبقه‌ی بالاتر.

واژه‌ی دیگری که در اینجا نیاز به تعریف دارد چگالی داده‌هاست.

چگالی دو نوع است:

۱- چگالی فراوانی مطلق که از حاصل تقسیم فراوانی مطلق هر طبقه بر فاصله‌ی آن طبقه حاصل می‌شود.

$$dF_i = \frac{F_i}{\Delta i}$$

۲- چگالی فراوانی نسبی که از حاصل تقسیم فراوانی نسبی هر طبقه بر فاصله‌ی آن طبقه حاصل می‌شود.

$$df_i = \frac{f_i}{\Delta i}$$

۳-۶- نمودارهای آماری

نمودارها در آمار به دو دسته‌ی کمی و کیفی طبقه‌بندی می‌شوند که در ذیل پس از اشاره به آنها، نکاتی هم در آن مورد ذکر می‌شود.
نمودارهای کمی از:

الف) نمودار مستطیلی یا بافت نگار یا هیستوگرام Histogram Chart

🕮 نکات

- نکته اول: عرض مستطیل‌ها (محور افقی) برابر فاصله طبقه و ارتفاع مستطیل‌ها (محور عمودی) برابر فراوانی (مطلق یا نسبی) طبقه است.
- نکته دوم: اگر حدود طبقات واقعی نباشد (یا به عبارت دیگر طبقات گسسته باشد) حتماً باید آنها را واقعی کنیم (یعنی طبقات را پیوسته کنیم) سپس نمودار را ترسیم کنیم.
- نکته سوم: برای تبدیل طبقات گسسته در جدول‌های توزیع فراوانی به طبقات پیوسته، ابتدا a را به شکل زیر محاسبه می‌کنیم:

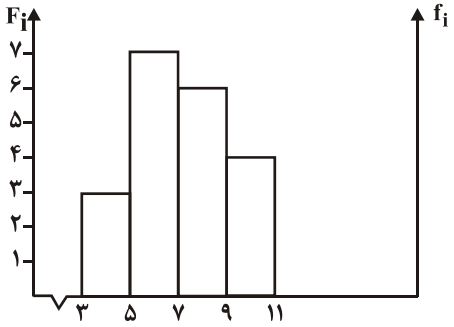
$$a=\frac{\text{حد بالای طبقه} - \text{حد پائین طبقه بعدی}}{۲}$$

سپس این مقدار a را از حد پائین هر طبقه کم کرده و به حد بالای آن اضافه می‌کنیم.

مثال:

رسم نمودار مستطیلی بر حسب فراوانی مطلق و نسبی:

X_i	۳-۵	۵-۷	۷-۹	۹-۱۱
F_i	۳	۷	۶	۴
f_i	$\frac{۳}{۲۰}$	$\frac{۷}{۲۰}$	$\frac{۶}{۲۰}$	$\frac{۴}{۲۰}$



- نکته چهارم: شکل نمودار وقتی روی محور عمودی فراوانی مطلق باشد بازمانیکه روی محور عمودی فراوانی نسبی باشد، هم‌ارزاست و فقط مقیاس‌ها متفاوتند.
- نکته پنجم: روی محور عمودی را می‌توان چگالی فراوانی مطلق (dF_i) و یا نسبی $\left(df_i\right)$ قرار داد.

تست

برای رسم هیستوگرام محورهای x و y براساس کدام اندازه‌ها مدرج می‌شود؟ **(اقتصاد – ۷۶)**

۱) کرانه بالای طبقات و فراوانی طبقات
۲) حدود طبقات و چگالی
۳) حد وسط طبقات و فراوانی مطلق
۴) مقادیر متغیر x و فراوانی‌های تجمعی

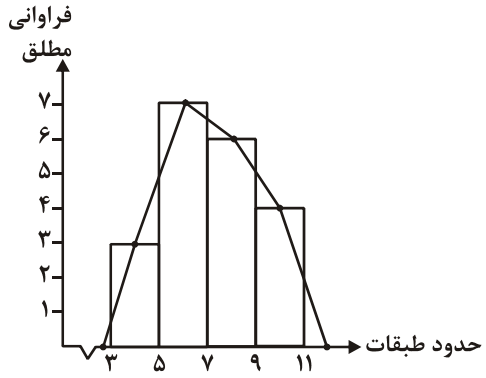
پاسخ گزینه: «۲»

- نکته ششم: وقتی روی محور عمودی (dF_i) قرار داشته باشد، جمع مساحت‌های مستطیل‌ها برابر N و وقتی روی محور عمودی (df_i) قرار داشته باشد، جمع مساحت‌های مستطیل‌ها برابر یک است.

ب) نمودار چندبر فراوانی یا چندضلعی

📖 نکات

- نکته اول: این منحنی از اتصال نقاط میانی اضلاع افقی ستون‌ها بدست می‌اید.
- نکته دوم: برای پائین‌تر از پائین‌ترین حد و بالاتر از بالاترین حد نیز نقاط میانی را مشخص کرده و آنها را با فراوانی صفر در نظر می‌گیریم و نقاط را به هم وصل می‌کنیم تا شکل پلی‌گن کامل شود.



- نکته سوم: مساحت زیر منحنی پلی گن با مجموع مساحت‌های مستطیل‌ها برابر است.

ج) نمودار فراوانی تجمعی (اجایو) Cumulative frequency Chart

این نمودار به دو شکل زیر رسم می‌شود:

الف) نمودار فراوانی تجمعی از بالا به پائین، که در این نمودار محور افقی حدود بالای طبقات و محور عمودی فراوانی تجمعی از بالا به پائین (برابر است با تعداد عناصری که کمتر از کرانه بالای هر طبقه می‌باشد)، می‌باشد.

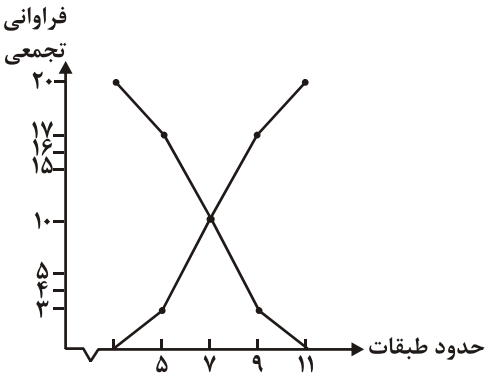
📖 نکته۱: این نمودار همواره صعودی است.

ب) نمودار فراوانی تجمعی از پائین به بالا، که در این نمودار هم محور افقی حدود بالای طبقات اما محور عمودی فراوانی تجمعی از پائین به بالا (برابر است با تعداد عناصری که بیشتر از کرانه پائین هر طبقه می‌باشد)، می‌باشد.

📖 نکات

- نکته۲: این نمودار همواره نزولی است.
- نکته۳: هرگاه نمودار فراوانی تجمعی از بالا به پائین و از پائین به بالا را روی یک صفحه‌ی محورهای مختصات رسم کنیم، نمودار حاصل را نمودار اُجایو گویند.

X_i	۳-۵	۵-۷	۷-۹	۹-۱۱
F_i	۳	۷	۶	۴
فراوانی تجمعی از بالا به پائین	۳	۱۰	۱۶	۲۰
فراوانی تجمعی از پائین به بالا	۲۰	۱۷	۱۰	۴



- نکته۴: وقتی بخواهیم دو توزیع تجمعی را با هم مقایسه کنیم که دارای مجموع فراوانی‌های مختلف هستند، از نمودار تجمعی نسبی استفاده می‌کنیم یعنی روی محور عمودی فراوانی‌های نسبی تجمعی (از بالا به پائین یا از پائین به بالا) را قرار می‌دهیم.

تست:

برای مقایسه دو توزیع فراوانی مربوط به حقوق پرداختی به کارگران مرد و زن در یک کارخانه کدامیک از نمودارهای زیر مناسب‌تر است؟ **(اقتصاد ۷۷)**

۱) پلی گن فراوانی نسبی
۲) نمودار میله‌ای فراوانی مطلق
۳) نمودار تجمعی فراوانی مطلق
۴) هیستوگرام فراوانی نسبی

پاسخ گزینه: «۱»

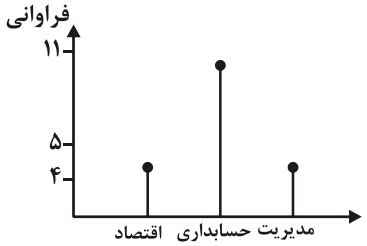
نمودارهای کیفی عبارتند از:

الف) نمودار ستونی یا میله‌ای Bar Chart

در این نمودار محور افقی کیفیتی را نشان می‌دهد که مورد اندازه‌گیری قرار گرفته شده است و محور عمودی نشان‌دهنده‌ی تعداد یا فراوانی مورد نظر است.

مثلاً اگر تعداد دانشجویان رشته‌های اقتصاد، مدیریت و حسابداری در یک همایش ۲۰ نفره مدنظر باشد

X_i	اقتصاد	حسابداری	مدیریت
F_i	۴	۱۱	۵



ب) نمودار دایره‌ای

سهم هر کیفیت مورد نظر را به شکل یک قطاع از دایره در نظر می‌گیریم و اندازه‌ی زاویه‌ی این قطاع (θ_i) به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\frac{F_i}{N}=\frac{\theta_i}{۳۶۰}\rightarrow \theta_i=\frac{F_i}{N}.۳۶۰=f_i.۳۶۰$$