

دانش اگر در ثریا هم باشد مردمانی از سرزمین پارس بر آن دست خواهند یافت.

پیامبر اعظم (ص)

شرح جامع

الکترومغناطیس

«فیزیک»

مولف: سمیه زارع

انتشارات ارشد

پیشگفتار ناشر

خداوند بزرگ را شاکریم که فرصتی عنایت فرمود تا بتوانیم قدمی در جهت گسترش علم و فرهنگ کشور عزیزمان برداریم و مسیری هموار را در اختیار مخاطبان و داوطلبان علاقمند به ادامه تحصیل قرار دهیم. از آنجائی که درحوزه کتاب‌های درسی و کمک درسی کارشناسی ارشد کتاب‌های زیادی به رشته تحریر در آمده است با این حال وجود یک مجموعه جامع، دقیق، کامل و دارای رفرنس(منابع) مستند احساس می‌شود.

همیشه دغدغه داشتیم که ای کاش می‌شد تمامی منابع پراکنده و گاهاً دست نایافتنی کنکور در یک مجموعه به گونه‌ای جذاب و شیوا آماده می‌شد و همچنین سوالات دوره‌های قبل کنکور نیز به گونه‌ای تشریحی پاسخ داده می شدند، که خدشه‌ای بر آنها وارد نشود و خیال داوطلبان عزیز آنقدر آسوده باشد که اطلاعات مندرج در پاسخنامه‌ها را برای بهره‌گیری در آزمون خود بکار گیرند. این کار با یاری خداوند بزرگ و همکاری نخبه‌ترین دانشجویان و اساتید کشور در انتشارات ارشد هماهنگ گردید و در تمامی مقاطع تحصیلی از کاردانی به کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری در حوزهٔ آزمون‌های سراسری – آزاد و پیام نور بسته‌های آموزشی شامل کتاب‌های بانک سوالات و کتاب‌های شرح جامع درس آماده گردید. در تهیه مجموعه‌های فوق‌الذکر از فارغ‌التحصیلان کارشناسی ارشد و دکتری که حائز رتبه‌های تک رقمی کنکور می‌باشند، استفاده کرده‌ایم، تا شما عزیزان بتوانید در راستای افزایش توان علمی خود در جهت نیل به مقصود خویش نایل آیید. بدون تردید می‌توان گفت که برای اولین بار در نظام آموزشی کشور مجموعه‌ای به این سبک عرضه می‌شود که در کیفیت و کمیت بی‌نظیر بوده و تمامی نیازهای دانشجویان و داوطلبان عزیز را پوشش می‌دهد. امید است که استفاده از این مجموعه عزیزان را در جهت موفقیت در آزمون یاری رسانده باشد. در پایان لازم به ذکر است که بی نقصی محض از آن خداوند متعال می‌باشد، بنا براین از تمامی خوانندگان و داوطلبان عزیز خواهشمندیم نظرات سازنده خود را در مورد این کتاب به سایت انتشارات ارشد اعلام نمایند تا ما را در جهت هر چه بهتر آماده کردن این محصولات یاری رسانند.

با تشکر

ناشـــــر

www.arshadbook. ir

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

الکتروستاتیک و الکتریسیته ۷
عملگرهای دیفرانسیلی برداری ۷
اتحادهای دیفرانسیلی برداری ۸
مهمترین قضایای انتگرال گیری ۸
بار الکتریکی ۹
میدان الکتریکی ۱۲
پتانسیل الکتریکی ۲۸
قانون گاوس ۳۹
میدان الکتریکی نزدیک سطح رسانای نامحدود ۴۹
دوقطبی الکتریکی ۵۳
حل پتانسیل به روش معادله لاپلاس ۵۸
روش بار تصویری ۷۰
میدان الکتریکی در محیط‌های دی الکتریک ۸۱
شرایط مرزی حاکم بر میدان الکتریکی ۸۶
انرژی پتانسیل الکترواستاتیکی ۹۴
خازن ۱۰۶
جریان الکتریکی ۱۱۸
مغناطیس ۱۳۱
قانون آمپر ۱۳۶
قانون بیوساوار ۱۴۵
پتانسیل برداری و اسکالر میدان مغناطیسی ۱۵۵
دوقطبی مغناطیسی ۱۵۹
چگالی سطحی و حجمی جریان مغناطش ۱۶۶
پذیرفتاری و تراوایی مغناطیسی ۱۶۶
شرایط مرزی میدان مغناطیسی ۱۷۷
.القای الکترومغناطیسی و خودالقایی ۱۸۴
القای متقابل ۱۹۲
انرژی مغناطیسی ۱۹۹
معادلات ماکسول ۲۱۲
مدارهای RLC ۲۱۲
بردار پویین تینگ ۲۲۲
معادله موج ۲۳۰
انتشار امواج الکترومغناطیسی ۲۳۵
امواج در ناحیه مرزدار ۲۴۴
موجبر ۲۵۳

الکتروستاتیک و الکتریسیته

۱-۱ عملگرهای دیفرانسیلی برداری

۱. در مختصات دکارتی (قائم)

$$\nabla\Phi=\frac{\delta^{۲}\Phi}{\delta x^{۲}}+\frac{\delta^{۲}\Phi}{\delta y^{۲}}+\frac{\delta^{۲}\Phi}{\delta z^{۲}} \qquad \nabla\Phi=\frac{\delta\Phi}{\delta x}\hat{x}+\frac{\delta\Phi}{\delta y}\hat{y}+\frac{\delta\Phi}{\delta z}\hat{z}$$

$$\nabla\vec{F}=\frac{\delta F_x}{\delta x}+\frac{\delta F_y}{\delta y}+\frac{\delta F_z}{\delta z}$$

$$\nabla\times\vec{F}=\begin{vmatrix}\hat{x} & \hat{y} & \hat{z}\\ \frac{\delta}{\delta x} & \frac{\delta}{\delta y} & \frac{\delta}{\delta z}\\ F_x & F_y & F_z\end{vmatrix}=\hat{x}\left(\frac{\delta F_z}{\delta y}-\frac{\delta F_y}{\delta z}\right)+\hat{y}\left(\frac{\delta F_x}{\delta z}-\frac{\delta F_z}{\delta x}\right)+\hat{z}\left(\frac{\delta F_y}{\delta x}-\frac{\delta F_x}{\delta y}\right)$$

۲. در مختصات استوانه ای

$$\nabla^{۲}\Phi=\frac{۱}{r}\frac{\delta}{\delta r}\left(r\frac{\delta\Phi}{\delta r}\right)+\frac{۱}{r^{۲}}\frac{\delta^{۲}\Phi}{\delta\theta^{۲}}+\frac{\delta^{۲}\Phi}{\delta z^{۲}} \qquad \nabla\varphi=\hat{r}\frac{\delta\Phi}{\delta r}+\hat{\theta}\frac{۱}{r}\frac{\delta\Phi}{\delta\theta}+\hat{z}\frac{\delta\Phi}{\delta z}$$

$$\nabla.\vec{F}=\frac{۱}{r}\frac{\delta}{\delta r}(rF_r)+\frac{۱}{r}\frac{\delta F_\circ}{\delta\theta}+\frac{\delta F_z}{\delta z}$$

$$\nabla\times\vec{F}=\hat{r}\left(\frac{\delta F_z}{\delta\theta}-\frac{\delta F_\theta}{\delta z}\right)+\hat{\theta}\left(\frac{\delta F_r}{\delta z}-\frac{\delta F_z}{\delta r}\right)+\hat{z}\frac{۱}{r}\left(\frac{\delta}{\delta r}(rF_\theta)-\frac{\delta F_r}{\delta\theta}\right)=\frac{۱}{r}\begin{vmatrix}\hat{r} & r\hat{\theta} & \hat{z}\\ s & \frac{\delta}{\delta r} & \frac{\delta}{\delta\theta} & \frac{\delta}{\delta z}\\ F_r & rF_\theta & F_z\end{vmatrix}$$

۳. در مختصات کروی

$$\nabla^{۲}\Phi=\hat{r}\frac{\delta\Phi}{\delta r}+\hat{\theta}\frac{۱}{r}\frac{\delta\Phi}{\delta\theta}+\frac{۱}{r\sin\theta}\frac{\delta\Phi}{\delta\varphi} \qquad \nabla.\vec{F}=\frac{۱}{r^{۲}}\frac{\delta}{\delta r}(r^{۲}F_r)+\frac{۱}{r\sin\theta}\frac{\delta}{\delta\theta}(F_\theta\sin\theta)+\frac{۱}{r\sin\theta}\frac{\delta F_\varphi}{\delta\Phi}$$

$$\nabla\times\vec{F}=\hat{r}\frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\delta}{\delta\theta}(F_\varphi\sin\theta)-\frac{\delta F_\theta}{\delta\varphi}\right]+\hat{\theta}\frac{1}{r}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\delta F_r}{\delta\varphi}-\frac{\delta(rF_\varphi)}{\delta r}\right]+\hat{\varphi}\frac{1}{r}\left[\frac{\delta(rF_\theta)}{\delta r}-\frac{\delta F_r}{\delta\theta}\right]=\frac{1}{r^2\sin\theta}\begin{vmatrix}\hat{r} & r\hat{\theta} & rsio\hat{p}\\ s & s & s\\ sr & s\theta & sp\\ F_r & rF_\theta & rsivf\end{vmatrix}$$

$$\nabla^2\phi=\frac{1}{r^2}\frac{\delta}{\delta r}(r^2\frac{\delta\phi}{\delta r})+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\delta}{\delta\theta}(\sin\theta\frac{\delta\phi}{\delta\theta})+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\delta^2\phi}{\delta\varphi^2}$$

۱-۲ اتحادهای دیفرانسیلی برداری

$$\nabla.\nabla\varphi=\nabla^2\varphi \qquad \nabla\times\nabla\varphi=0$$

$$\nabla.\nabla\times\vec{F}=0 \qquad \nabla\times(\nabla\times\vec{F})=\nabla(\nabla.\vec{F})-\nabla^2\vec{F}$$

$$\nabla(\varphi\psi)=\psi\nabla\varphi+\varphi\nabla\psi$$

$$\nabla.(\vec{F}.\vec{G})=(\vec{F}.\nabla)\vec{G}+\vec{F}\times(\nabla\times\vec{G})+(\vec{G}.\nabla)\vec{F}+\vec{G}\times(\nabla\times\vec{F})$$

$$\nabla.(\varphi\vec{F})=\nabla\varphi.\vec{F}+\varphi\nabla.\vec{F}$$

$$\nabla(\vec{F}\times\vec{G})=(\nabla\times\vec{F}).\vec{G}-(\nabla\times\vec{G}).\vec{F}$$

$$\nabla\times(\varphi\vec{F})=(\nabla\varphi)\times\vec{F}+\varphi\nabla\times\vec{F}$$

$$\nabla\times(\vec{F}\times\vec{G})=(\nabla.\vec{G})\vec{F}-()\nabla.\vec{F}\vec{G}+(\vec{G}.\nabla)\vec{F}-(\vec{F}.\nabla)\vec{G}$$

$$\nabla^2\left(\Phi\psi\right)=\Phi\nabla^2\Psi+\Psi\nabla^2\phi+2\nabla\Phi.\nabla\Psi$$

اگر $\vec{r}$ بردار مکان باشد داریم:

$$\nabla.\vec{r}=3 \qquad (\vec{G}.\nabla)\vec{r}=\vec{G} \qquad |\vec{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\nabla\times\vec{r}=0 \qquad \nabla^2\vec{r}=0 \qquad \nabla(\vec{A}.\vec{r})=\vec{A} \quad (\vec{A}\text{ برداری ثابت})$$

۱-۳- مهمترین قضایای انتگرال گیری

$$\int_{a_c}^{b}\nabla\varphi.d\ell=\varphi\Big|_a^b$$

$$\int_r\nabla.\vec{F}\,dv=\oint_c\vec{F}.\hat{n}\,da \quad \text{(قضیه واگرایی)}$$

$$\int_s\nabla\times\vec{F}.\hat{n}da=\oint_c\vec{F}.d\ell \quad \text{(قضیه استوکس)}$$

عملگرها و اتحادها برای حل مسائل بسیار ضروری هستند، بنابراین توصیه می‌شود که آن ها را به خاطر بسپارید. حال به سراغ مباحث الکترومغناطیس می‌رویم.

بار الکتریکی

قانون کولن

دو ذره باردار نقطه ای با بزرگی $q_۱, q_۲$ نیرویی برهم وارد می کنند که متناسب با حاصلضرب $q_۱ \times q_۲$ است و با مربع فاصله میان دو بار رابطه عکس دارد پس اگر فاصله میان دوبار rباشد داریم:

$$\vec{F} = k\frac{q_۱q_۲\hat{r}}{r^۲} = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\frac{q_۱q_۲}{r^۲}\hat{r}$$

$\varepsilon_۰$ گذردهی خلأ است که مقدار عددی $۸/۸۵۴\times۱۰^{-۱۲}\ \frac{c^۲}{Nm^۲}$ دارد.

برای حالت خلأ $k=۱$ است و درغیر این صورت k مقداری بزرگتر از یک دارد.

مثال :

دوبار نقطه ای $+q$ و $-۲q$ در فاصله r از یکدیگر قرار دارند بار سوم را در چه مکانی قرار دهیم تا بار سوم در حالت تعادل باشد؟

زمانی بار در حالت تعادل است که کل نیروی وارد برآن صفر باشد چون دوبار مخالف علامت هستند بار سوم باید در خارج از فاصله دوبار و نزدیک به بار کوچکتر قرار بگیرد (چه بار سوم مثبت باشد و چه منفی باشد)

$$|\vec{F}_{q'q}| = \frac{qq'}{۴\pi\varepsilon_۰x^۲} \qquad |\vec{F}_{q'(-۲q)}| = \frac{۲qq'}{۴\pi\varepsilon_۰(x+r)^۲}$$

جهت دو نیرو مخالف یکدیگر است ولی اندازه آن‌ها باید یکسان باشد در نتیجه :

$$|\vec{F}_{q'q}| = |\vec{F}_{q'(-۲q)}| \Rightarrow \frac{qq'}{۴\pi\varepsilon_۰x^۲} = \frac{۲qq'}{۴\pi\varepsilon_۰(x+r)^۲} \Rightarrow \frac{۱}{x^۲} = \frac{۲}{(x+r)^۲} \Rightarrow \frac{۱}{x} = \frac{\sqrt{۲}}{x+r} \qquad x+r = \sqrt{۲}x$$

$$(\sqrt{۲}-۱)x = r \Rightarrow x = \frac{r}{(\sqrt{۲}-۱)}$$

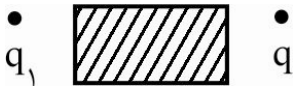
اگر دو بار هم علامت باشند بار سوم باید در فاصله میان دوبار قرار گیرد و باز در فاصله نزدیکتری به بار کوچکتر.قرارگیرد.

تست‌های بارالکتریکی

۱- اگر از یک بار الکتریکی مثبت دور شویم کدام گزینه در مورد سطوح هم پتانسیل آن درست است؟

۱) افزایش می‌یابد
۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد
۳) تغییر نمی‌کند.
۴) کاهش می‌یابد.

۲- دو بار غیر همنام q_1 و q_2 را در نظر بگیرید اگر یک دی الکتریک بین این دو بار قرار دهیم مقدار نیرویی که بین دو بار است نسبت به حالتی که دی الکتریک وجود ندارد چگونه تغییر می‌کند؟



۱) ثابت می‌ماند
۲) کاهش می‌یابد
۳) افزایش می‌یابد
۴) کاهش و یا افزایش نیرو بسته به نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ و فاصله میان دو بار دارد.

۳- بار الکتریکی مثبت q_1 و منفی q_2 را در نظر بگیرید با توجه به اینکه $|q_1| > |q_2|$ است و یک خط نیرو با زاویه α نسبت به خط واصل بین دو بار از q1 خارج و با زاویه β نسبت به خط واصل بین دو بار به q2 وارد می‌شود کدام گزینه صحیح است؟ (سراسری ۷۹)



۱) $\alpha<\beta$
۲) $\alpha>\beta$
۳) $\alpha=\beta$
۴) بسته به فاصله دو بار α می‌تواند کوچکتر و یا بزرگتر از β باشد.

پاسخنامه بار الکتریکی

۱- گزینه «۴»

هر گاه از بار مثبت دور می شویم فاصله میان سطوح هم پتانسیل زیاد می‌شود در نتیجه تعدادسطوح هم پتانسیل کاهش می‌یابد.

۲- گزینه «۲»

دی الکتریک بارهای قطبشی با علامت مخالف روی سطح خود ایجاد می‌کند و در نتیجه میدان کاهش یافته و نیرو کاهش می‌یابد و طبق قانون کولن ضریب دی الکتریک در مخرج فرمول نیرو قرار دارد. پس افزایش ضریب دی الکتریک باعث کاهش نیرو می‌شود.

۳- گزینه «۱»

می دانیم هر چه یک بار بزرگتر باشد تراکم خطوط میدان الکتریکی اطراف آن بیشتر است. زیرا تعداد خطوط میدان الکتریکی معرف بزرگی میدان است. پس هر چه بار بزرگتر باشد میدان قوی تر است و تراکم خطوط میدان بیشتر است و در نتیجه زاویه کوچکتر خواهد شد. $|q_1| > |q_2| \Rightarrow \alpha < \beta$

میدان الکتریکی

حد نسبت نیروی وارد بر بار آزمون که در آن نقطه قرار دارد به ا ندازه این بار وقتی که بار آزمون به صفر میل می کند، میذان الکتریکی را می دهد.

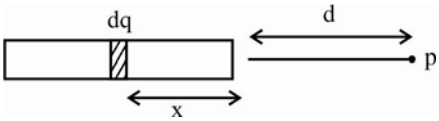
$$\vec{E} = \lim_{q\to 0} \frac{\vec{F}_q}{q} \qquad q = \text{بار آزمون} \ ، \quad F_q = \text{نیروی وارد بر بار } q$$

در حالت کلی میدان الکتریکی را به صورت زیر می‌نویسیم. جمله اول میدان الکتریکی حاصل از یک بار نقطه ی، جمله دوم میدان چگالی حجمی بار و جمله سوم میدان چگالی سطحی بار را نشان می دهد:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N} q_i \frac{\vec{r}-\vec{r}_i}{|\vec{r}_i-\vec{r}|^3} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_v \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\ \rho(r')dv' + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\sigma(r')da'$$

مثال ۱

میله‌ای با طول b شامل بار q با چگالی خطی λ است میدان الکتریکی را در فاصله d از انتهای میله به دست آورید؟



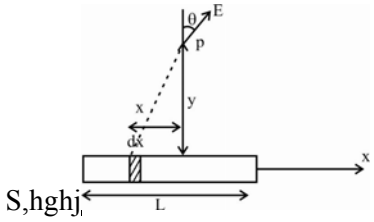
$$dq = \lambda dx$$

$$E = \int dE = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dx}{(x+d)^2} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{x+d}\right)\Big|_0^b$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d+b}\right)$$

مثال ۲

بار q در راستای یک میله نازک به طول L به طور یکنواخت توزیع شده است بزرگی میدان الکتریکی در نقطه p را به دست آورید (p روی عمودمنصف میله قرار دارد)



به علت تقارن موجود مؤلفه های x میدان الکتریکی المان ها یکدیگر را حذف می کنند و میدان الکتریکی کل برابر با مجموع مؤلفه های y میدان های الکتریکی مؤلفه ها است.

$$E_y = E\cos\theta \qquad E = \int dEy = \int \frac{dq\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \int \frac{\lambda\cos\theta dx}{4\pi\varepsilon_0(x^2+y^2)}$$

$$\cos\theta=\frac{y}{r}=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\Rightarrow$$

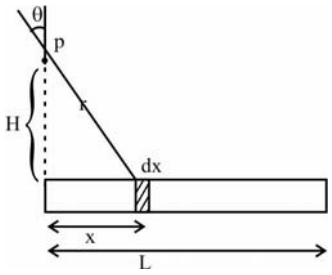
$$E=\int\frac{\lambda y dx}{4\pi\varepsilon_\circ(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{\lambda y}{4\pi\varepsilon_\circ}\int_{\frac{-L}{2}}^{\frac{L}{2}}\frac{dx}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{2\lambda y}{4\pi\varepsilon_\circ}\int_\circ^{\frac{L}{2}}\frac{dx}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{2\lambda y}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{-x}{y^2\sqrt{x^2+y^2}}\Bigg|_\circ^{\frac{L}{2}}$$

$$=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_\circ y}\frac{L}{\sqrt{L^2+4y^2}}$$

$$E=\frac{\lambda L}{2\pi\varepsilon_\circ y}\frac{}{\sqrt{L^2+4y^2}}=\frac{q}{2\pi\varepsilon_\circ y}\frac{1}{\sqrt{L^2+4y^2}}$$

مثال۳

اندازه میدان مربوط به میله مسئله (۶) را برای حالتی که نقطه p در انتهای میله قرار دارد به دست آورید؟



در این حالت مسئله تقارن ندارد پس میدان در نقطه p هم مؤلفه x و هم y دارد و جداگانه آنها را محاسبه می کنیم.

$$E_x=\int dE_x=\int dE\sin\theta=\int\frac{dq\sin\theta}{4\pi\varepsilon_\circ r^2}=\lambda\int\frac{xdx}{4\pi\varepsilon_\circ r^3}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_\circ}\int\frac{xdx}{(x^2+H^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E_x=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{1}{(x^2+H^2)^{\frac{1}{2}}}\Bigg|_\circ^L=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_\circ}\left(\frac{1}{\sqrt{L^2+H^2}}-\frac{1}{H}\right)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_\circ L}\left(\frac{1}{\sqrt{L^2+H^2}}-\frac{1}{H}\right)$$

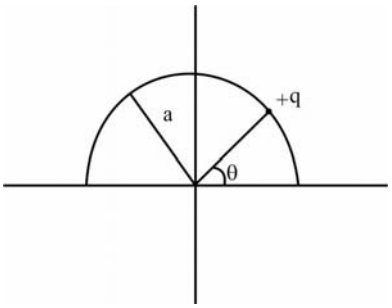
$$E_y=\int dE_y=\int dE\cos\theta=\int\frac{dq\cos\theta}{4\pi\varepsilon_\circ r^2}=\int\frac{\lambda dxR}{4\pi\varepsilon_\circ r^3}=\frac{\lambda R}{4\pi\varepsilon_\circ}\int\frac{dx}{(x^2+H^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_\circ R}\frac{x}{\sqrt{x^2+H^2}}\Bigg|_\circ^L=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_\circ R}\frac{L}{\sqrt{L^2+H^2}}$$

$$E_y=\frac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_\circ R\sqrt{L^2+H^2}}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_\circ R\sqrt{L^2+H^2}}$$

مثال۴

بار q+ روی نیم دایره‌ای به شعاع a توزیع شده است مقدار میدان الکتریکی در مرکز نیم دایره چقدر است؟

به روش المان گیری مسئله را حل می‌کنیم به علت تقارن موجود مؤلفه‌های x میدان حاصل از المان ها یکدیگر را حذف می‌کنند و فقط مؤلفه‌های y میدان ها با هم جمع می‌شوند.



$$E\int dEy = \int dE\sin\theta$$

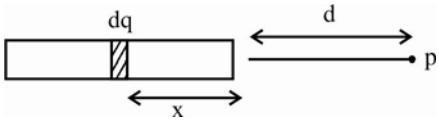
$$dE = \frac{dq}{۴\pi\varepsilon_{\circ}a^{۲}} = \frac{\lambda a d\theta}{۴\pi\varepsilon_{\circ}a^{۲}} = \frac{\lambda d\theta}{۴\pi\varepsilon_{\circ}a}$$

$$E = \int_{\circ}^{\pi}\frac{\lambda}{۴\pi\varepsilon_{\circ}a}\sin\theta d\theta = \frac{-\lambda}{۴\pi\varepsilon_{\circ}a}\cos\theta\Big|_{\circ}^{x} = \frac{\lambda}{۲\pi\varepsilon_{\circ}a} \qquad \lambda = \frac{q}{\pi a}$$

$$E = \frac{q}{۲\pi^{۲}\varepsilon_{\circ}a^{۲}}$$

مثال ۵:

میله ای با چگالی خطی λ به طول L است پتانسیل حاصل آن را در نقطه ای در امتداد میله به فاصله d از آن به دست آورید:



$$dq = \lambda dx \qquad \varphi = \frac{q}{۴\pi\varepsilon_{\circ}r} \qquad \varphi\int d\varphi = \int\frac{dq}{۴\pi\varepsilon_{\circ}r}$$

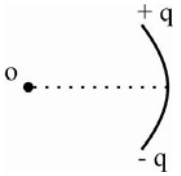
$$\varphi = \int\frac{\lambda dx}{۴\pi\varepsilon_{\circ}(d+x)} = \frac{\lambda}{۴\pi\varepsilon_{\circ}}\text{Ln}(d+x)\Big|_{d}^{d+L} \qquad \varphi = \frac{\lambda}{۴\pi\varepsilon_{\circ}} \quad \text{Ln}\frac{۲d+L}{۲d}$$

تست‌های میدان الکتریکی

۱- بار $+q$ روی نیم از یک میله نیم دایره ای به شعاع a و بار $-q$ را روی نیم دیگر آن به طور یکنواخت توزیع کرده ایم. اندازه میدان الکتریکی در مرکز دایره کدام است؟ **(سراسری ۷۴)**

۱) $\frac{q}{۴\pi^۲\varepsilon_۰ a^۲}$ ۲) $\frac{q}{۴\pi^۲\varepsilon_۰ a}$ ۳) $\frac{q}{۲\pi^۲\varepsilon_۰ a^۲}$ ۴) $\frac{q}{\varepsilon_۰\pi^۲ a^۲}$

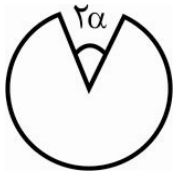
۲- یک میله نازک نارسانا را به صورت قوسی از دایره به شعاع r در آوردیم بار $+q$ در نیمی از این قوس و بار $-q$ در نیم دیگر قوس بطور یکنواخت توزیع شده‌اند میدان الکتریکی در نقطه O برابر است با: **(سراسری ۷۵)**



۱) صفر ۲) $\frac{۲kq}{r^۲\alpha}(۱-\cos\alpha)$

۳) $\frac{۲kq}{r^۲\alpha}\sin\alpha$ ۴) $\frac{۲kq}{r^۲\alpha}\cos\alpha$

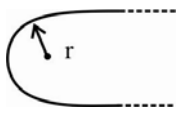
۳- چگالی بار یکنواخت $\sigma=\frac{Q}{۴\pi R^۲}$ روی سطح کره ای ناقص به شعاع R که مطابق شکل مخروطی با زاویه راس α از آن جدا کنیم توزیع شده است میدان در مرکز این کره کدام است؟ **(سراسری ۸۱)**



۱) $\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\frac{Q}{۴R^۲}\sin^۲\alpha$ ۲) $\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\frac{Q}{۴R^۲}\sin^۲(\frac{\alpha}{۲})$

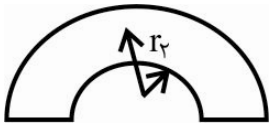
۳) $\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\frac{Q}{۲R^۲}\sin^۲\alpha$ ۴) $\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰}\frac{Q}{R^۲}\sin^۲\frac{\alpha}{۲}$

۴- میله ای مطابق شکل را فرض کنید چگالی بار یکنواخت λ روی آن قرار داده شده است اندازه میدان الکتریکی در نقطه p (مرکز کمان دایره ای به شعاع r) چقدر است؟ میله ها ا زدو طرف نامحدود هستند؟



۱) صفر ۲) $\frac{\lambda}{۴\pi\varepsilon_۰ R}$ ۳) $\frac{\lambda}{۲\pi\varepsilon_۰ R}$ ۴) $\frac{\lambda\sqrt{۲}}{۴\pi\varepsilon_۰ R}$

۵- در شکل زیر چگالی بار سطحی σ یکنواخت بر روی نیم دایره ای به شعاع داخلی $r_۱$ و شعاع خارجی $r_۲$ توزیع شده است. اندازه میدان الکتریکی در مرکز نیم دایره (نقطه O) کدام است؟



۱) $\frac{\sigma}{۲\pi\varepsilon_۰}\mathrm{Ln}r_۱r_۲$ ۲) $\frac{\sigma}{۴\pi\varepsilon_۰}\mathrm{Ln}\frac{r_۱}{r_۲}$

۳) $\frac{\sigma}{۲\pi\varepsilon_{\circ}}\text{Ln}\frac{r_۱}{r_۲}$ ۴) $\frac{\sigma}{۴\pi\varepsilon_{\circ}}\text{Ln}r_۱r_۲$

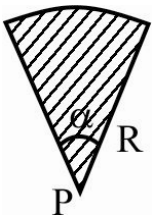
۶- یک میله نازک به طول L داریم آن چنان که دو سر میله در نقطه x=۰ و x=L قرار دارد اگر چگالی بار خطی میله $\lambda = \frac{x^۳\lambda_{\circ}}{L^۳}\sin\frac{\pi x}{L}$ باشد ($\lambda_{\circ}$ مقدار ثابتی است) اندازه شدت میدان الکتریکی در مبدأ مختصات کدام است؟



۱) $\frac{\lambda\circ}{۴\pi^۲\varepsilon_{\circ}L^۳}$ ۲) $\frac{\lambda\circ}{۴\varepsilon_{\circ}L}$ ۳) $\frac{\lambda\circ}{۴\pi\varepsilon_{\circ}L}$ ۴) $\frac{\lambda\circ}{۴\pi^۲\varepsilon_{\circ}L}$

۷- چگالی بار سطحی روی سطح یک نیم کره برابر با $\sigma = \sigma_{\circ}\sin\theta$ است میدان در مرکز نیمه کره را بدست آورید؟

۸- شکل زیر قطاعی از یک کره با چگالی حجمی ثابت ρ است میدان الکتریکی در نقطه P کدام است.

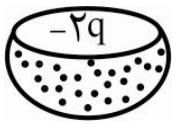


۱) $\frac{\rho R}{۸\varepsilon_{\circ}}\sin^۲\frac{\alpha}{۲}$ ۲) $\frac{\rho R}{۴\varepsilon_{\circ}}\sin^۲\frac{\alpha}{۲}$
۳) $\frac{\rho R}{۴\varepsilon_{\circ}}\sin\frac{\alpha}{۲}$ ۴) $\frac{\rho R}{۴\varepsilon_{\circ}}\sin^۲\alpha$

۹- بار خطی $\lambda = \lambda_{\circ}\sin\varphi$ را روی حلقه ای دایره ای به شعاع R قرار داده ایم میدان در مرکز حلقه کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{-\lambda_{\circ}}{۴\varepsilon_{\circ}R}\hat{i}$ ۳) $\frac{\lambda}{۴\varepsilon_{\circ}R}\hat{i}$ ۴) $\frac{\lambda_{\circ}\hat{i}}{۸\varepsilon_{\circ}R}$

۱۰- ذره ای به جرم m و بار ۲q در مرکز یک پوسته کروی به شعاع R و چگالی با سطحی σ قرار داده ایم جرم ذره چقدر باشد تا در حالت تعادل قرار گیرد؟



۱) $\frac{\sigma q}{۴\varepsilon_{\circ}g}$ ۲) $\frac{\sigma q}{۲\varepsilon_{\circ}g}$
۳) $\frac{\sigma qR}{۴\varepsilon_{\circ}g}$ ۴) $\frac{\sigma qR}{۲\varepsilon_{\circ}g}$

۱۱- میدان الکتریکی حاصل از یک نیمکره عایق با چگالی بار حجمی ρ در مرکز آن چقدر است؟ (R شعاع نیمکره)

۱) $\frac{\rho}{۴\varepsilon_{\circ}}$ ۲) $\frac{\rho R}{۴\varepsilon_{\circ}}$ ۳) $\frac{\rho R}{۲\varepsilon_{\circ}}$ ۴) $\frac{\rho}{۲\varepsilon_{\circ}}$

۱۲- میدان الکتریکی حاصل از یک حلقه به شعاع R و چگالی بار خطی λ در نقطه ای به فاصله h از مرکز حلقه چقدر است؟

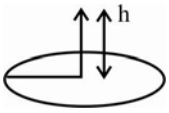
۱) $\frac{qh}{2\pi\varepsilon_\circ(R^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}$

۲) $\frac{qh}{4\pi\varepsilon_\circ(R^2+h^2)^{\frac{3}{2}}}$

۳) $\frac{qh}{2\pi\varepsilon_\circ(R^2+h^2)}$

۴) $\frac{qh}{4\pi\varepsilon_\circ(R^2+h^2)}$

۱۳- میدان الکتریکی حاصل از یک دیسک باردار با شعاع a در فاصله h از مرکز آن چقدر است؟(σ چگالی بار سطحی است).



۱) $\frac{\sigma}{2\varepsilon_\circ}(\frac{h}{\sqrt{a^2+h^2}}-1)$

۲) $\frac{\sigma h}{2\varepsilon_\circ\sqrt{a^2+h^2}}$

۳) $\frac{\sigma}{2\varepsilon_\circ}(1-\frac{h}{\sqrt{a^2+h^2}})$

۴) $\frac{\sigma}{2\varepsilon_\circ}\frac{h}{a}$

۱۴- چگالی بار سطحی یک کره کامل به شعاع R برابر با $\sigma=\sigma.\cos\theta$ است میدان الکتریکی در مرکز این کره کدام است؟

۱) $\frac{+\sigma}{3\varepsilon_\circ}\hat{y}$

۲) $\frac{-\sigma}{3\varepsilon_\circ}\hat{y}$

۳) $\frac{\sigma}{3\varepsilon_\circ}\hat{x}$

۴) $\frac{-\sigma}{3\varepsilon_\circ}\hat{x}$

۱۵- پتانسیل الکتریکی در خارج یک سطح بسته فلزی که به زمین متصل است به صورت $\varphi=-E.r\cos\theta$ است. چگالی بار سطحی روی هادی کدام است؟

۱) $\varepsilon_\circ E.(\cos\theta-\sin\theta)$

۲) $-a\sin\theta\, E_\circ\varepsilon_\circ$

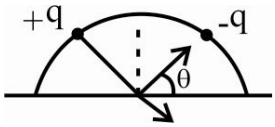
۳) $E_\circ\varepsilon_\circ\cos\theta$

۴) $\varepsilon_\circ E_\circ a(\cos\theta)$

پاسخنامه میدان الکتریکی

۱- گزینه «۴»

طبق تقارنی که در مسئله وجود دارد مؤلفه عمودی میدان های حاصل از بار q– و بار q+ یکدیگر را خنثی می‌کنند و تنها مؤلفه های افقی میدان ها با هم جمع می‌شوند (dE_1 میدان حاصل از المان بار روی یک ربع دایره است).



$$dE = ۲dE_۱ \cos\theta \qquad dE۱ = \frac{dq}{۴\pi\varepsilon_۰ a^۲} = \frac{\lambda a d\theta}{۴\pi\varepsilon_۰ a^۲} = \frac{\lambda d\theta}{۴\pi\varepsilon_۰ a}$$

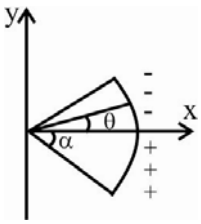
$$\Rightarrow dE = \frac{۲\lambda d\theta}{۴\pi\varepsilon_۰ a}\cos\theta \qquad \lambda = \frac{q}{\frac{۲\pi a}{۴}} = \frac{۲q}{\pi a}$$

$$dE = \frac{۴q}{۴\pi^۲\varepsilon_۰ a^۲}\cos\theta d\theta \quad \Rightarrow E = \frac{۴q}{۴\pi^۲\varepsilon_۰ a^۲}\int_۰^{\frac{\pi}{۲}} \cos\theta d\theta =$$

$$\frac{q}{\pi^۲\varepsilon_۰ a^۲} \quad \sin\theta\Big|_۰^{\frac{\pi}{۲}} = \frac{q}{\pi^۲\varepsilon_۰ a^۲}$$

۲- گزینه «۲»

طبق تقارن مسئله مؤلفه های افقی میدان های حاصل از دو قوس با بار مخالف یکدیگر را خنثی می‌کنند و فقط مؤلفه های عمودی آن ها با هم جمع می‌شوند.



$$dE = ۲dE_۱ \sin\theta \qquad dE۱ = \frac{dq}{۴\pi\varepsilon_۰ r^۲} = \frac{\lambda r d\theta}{۴\pi\varepsilon_۰ r^۲}$$