

دانش اگر در ثریا هم باشد مردمانی از سرزمین پارس بر آن دست خواهند یافت.

پیامبر اعظم (ص)

سرشناسه : علی‌آبادی، آذر، ۱۳۶۰-
عنوان و نام پدیدآور : شرح جامع مکانیک کلاسیک ۱ و ۲/ مولف آذر علی‌آبادی.
مشخصات ظاهری : [۱۵۹] ص. مصور.
شابک :۵۵۰.۰۰۰ تومان ۹۷۸-۶۰۰-۱۱۵-۵۹۹-۴
شمارگان : ۵۰ ن
وضعیت فهرست نویسی : فیپا
موضوع : دانشگاه‌ها و مدارس عالی -- ایران -- آزمون‌ها
موضوع : مکانیک -- آزمون‌ها و تمرین‌ها(عالی)
موضوع : مکانیک – راهنمای آموزشی (عالی)
رده‌بندی کنگره : ۴ش۷۴۷ع/LB۲۳۵۳
رده بندی دیویی : ۳۷۸/۱۶۶۴
شماره کتابشناسی ملی : ۲۰۹۰۳۵۳

انتشارات ارشد

نام کتاب : شرح جامع مکانیک کلاسیک ۱ و ۲
نام مؤلف : آذر علی‌آبادی
حروفچینی و صفحه‌آرایی : واحد تایپ و صفحه‌آرایی انتشارات ارشد
نوبت چاپ : سال ۱۴۰۴
شماره استاندارد بین‌المللی کتاب (شابک): ۴ - ۵۹۹-۱۱۵-۶۰۰-۹۷۸

International Standard Book Number(ISBN): 978-600-115-599-4

مرکز پخش: میدان انقلاب- خیابان وحید نظری- بین دوازده فروردین و منیری جاوید- پلاک ۱۳۰- طبقه اول- واحد ۲
تلفن: ۶۶۹۷۹۲۲۷- ۶۶۹۷۹۲۳۴

www.arshadbook.ir

هرگونه الگوبرداری از سبک و سیاق و یا تکثیر کل یا قسمتی از کتاب‌های انتشارات ارشد ممنوع بوده و متخلف براساس قانون دفاع از حقوق مولفین و مصنفین تحت پیگرد شدید قانونی قرار خواهد گرفت. واحد حقوقی انتشارات ارشد: ۶۶۹۷۹۲۲۷- ۶۶۹۷۹۲۳۴

پیشگفتار ناشر

خداوند بزرگ را شاکریم که فرصتی عنایت فرمود تا بتوانیم قدمی در جهت گسترش علم و فرهنگ کشور عزیزمان برداریم و مسیری هموار را در اختیار مخاطبان و داوطلبان علاقمند به ادامه تحصیل قرار دهیم. از آنجائی که درحوزه کتاب‌های درسی و کمک درسی کارشناسی ارشد کتاب‌های زیادی به رشته تحریر در آمده است با این حال وجود یک مجموعه جامع، دقیق، کامل و دارای رفرنس(منابع) مستند احساس می‌شود.

همیشه دغدغه داشتیم که ای کاش می‌شد تمامی منابع پراکنده و گاهاً دست نایافتنی کنکور در یک مجموعه به گونه‌ای جذاب و شیوا آماده می‌شد و همچنین سوالات دوره‌های قبل کنکور نیز به گونه‌ای تشریحی پاسخ داده می شدند، که خدشه‌ای بر آنها وارد نشود و خیال داوطلبان عزیز آنقدر آسوده باشد که اطلاعات مندرج در پاسخنامه‌ها را برای بهره‌گیری در آزمون خود بکار گیرند. این کار با یاری خداوند بزرگ و همکاری نخبه‌ترین دانشجویان و اساتید کشور در انتشارات ارشد هماهنگ گردید و در تمامی مقاطع تحصیلی از کاردانی به کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری در حوزهٔ آزمون‌های سراسری – آزاد و پیام نور بسته‌های آموزشی شامل کتاب‌های بانک سوالات و کتاب‌های شرح جامع درس آماده گردید. در تهیه مجموعه‌های فوق‌الذکر از فارغ‌التحصیلان کارشناسی ارشد و دکتری که حائز رتبه‌های تک رقمی کنکور می‌باشند، استفاده کرده‌ایم، تا شما عزیزان بتوانید در راستای افزایش توان علمی خود در جهت نیل به مقصود خویش نایل آیید. بدون تردید می‌توان گفت که برای اولین بار در نظام آموزشی کشور مجموعه‌ای به این سبک عرضه می‌شود که در کیفیت و کمیت بی‌نظیر بوده و تمامی نیازهای دانشجویان و داوطلبان عزیز را پوشش می‌دهد. امید است که استفاده از این مجموعه عزیزان را در جهت موفقیت در آزمون یاری رسانده باشد. در پایان لازم به ذکر است که بی نقصی محض از آن خداوند متعال می‌باشد، بنا براین از تمامی خوانندگان و داوطلبان عزیز خواهشمندیم نظرات سازنده خود را در مورد این کتاب به سایت انتشارات ارشد اعلام نمایند تا ما را در جهت هر چه بهتر آماده کردن این محصولات یاری رسانند.

با تشکر

ناشـــــر

www.arshadbook. ir

پیشگفتار مؤلف

بنام خالقی که توان آموختن را در وجودمان نهاد

سر آغاز هر کلام با نام خالق مهربان است که در این مسیر فرصت را به ما هدیه داد تا بتوانیم در راه علم قدم برداریم. این مجموعه در ۹ فصل به تشریح مباحث مکانیک تحلیلی بر طبق نیاز دانشجویانی که در حین آماده شدن برای شرکت در آزمون ورودی کارشناسی ارشد فیزیک می‌باشند. می‌پردازد. و همچنین به حل مسائل مهم که از منابع کتابهای مکانیک تحلیلی که در دوره کارشناسی ارشد فیزیک تدریس می‌شود، می‌پردازد، در پایان هر فصل مجموعه تست‌هایی که تکرار آنها در کنکورهای سال‌های گذشته بیشتر بوده است، آورده شده است.

با توجه به اینکه فهم مطلب در حل مسائل و موفق بودن در آزمون ورودی کارشناسی ارشد را ایجاب می‌کند، این مجموعه نیز تکیه بر تشریح و توضیح مسائل مکانیک تحلیلی که نیاز دانشجو را در حل مسائل تامین می‌کند، تکیه داشته است.

تلاش بر این بوده است که تست‌ها و مثال‌های مطرح شده به دیدگاهی و نقطه نظرات طراحان سوال نزدیک باشد تا اساس طرح سوال برای دانشجویان مشخص گردد.

مفتخرم مراتب سپاسگزاری خود را از پدر و مادر مهربانم که در تمام مراحل تحصیل و نگارش این مجموعه مشوقم بوده اند، داشته باشم.

با سپاس

آذر علی‌آبادی

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

پیشگفتار ناشر..... **۳**

پیشگفتار ناشر..... **۴**

فصل اول: بردارها، حساب برداری، ماتریسها، دستگاه مختصات

۱ـ عملیات برداری ۱۱
۲ـ دستگاه مختصات..... ۱۲
۳ـ روابط دیفرانسیلی در دستگاهای مختصات متفاوت ۱۴
۴ـ حرکت در خط راست، حرکتهای دو بعدی و سه بعدی..... ۱۵
۵ـ حرکتهای دوبعدی و سه بعدی..... ۱۸
خلاصه فصل..... ۲۰

فصل دوم: مکانیک نیوتنی تک ذره‌ای

۱ـ قوانین نیویتن..... ۲۷
۲ـ معادله حرکت یک ذره..... ۲۷
۳ـ قضایای پایستگی..... ۳۵
۴ـ انرژی ۳۶
۵ـ دستگاهها با جرم متغیر..... ۳۷
خلاصه فصل..... ۴۰

فصل سوم: نوسان‌ها

۱ـ نوسانگر هماهنگ ساده..... ۴۹
۲ـ نوسانگر هماهنگ‌سرا..... ۵۳
۳ـ نوسانگر هماهنگ واداشته..... ۵۵
۴ـ آونگ مرکب ۵۷
۵ـ نواسانگر الکتریکی ۵۷
خلاصه فصل..... ۵۹

عنوان **صفحه**

فصل چهارم: حرکت درچارچوب مرجع نالخت

۱ـدستگاه مختصات چرخان ۶۹
۲ـ نیروهای مرکزگریز و کوریولیس ۷۰
۳ـحرکت نسبت به زمین ۷۲
خلاصه فصل ۷۵

فصل پنجم: دینامیک سیستم ذرات

۱ـ مرکز جرم ۸۵
۲ـ تکانه خطی سیستم ۸۸
۳ـ تکانه زاویه‌ای سیستم ذرات ۸۹
۴ـ انرژی سیستم ۸۹
۵ـ مسئله دو جسم ۹۰
۶ـ برخورد ۹۱
۷ـ برخورد از دیدگاه ناظرهای مختلف ۹۴

فصل ششم: حرکت اجسام صلب

۱ـ لختی دوانی ۱۰۵
۶- حرکت فرفره متقارن ۱۱۳

فصل هفتم: حرکت نیروهای مرکزی

۱ـ قضایای پایستگی ۱۲۵
۲ـ پایستگی انرژی کل ۱۲۶
۳) قانون نیرو ۱۲۷
۴) انرژی مرکز گریز و پتانسیل مؤثر ۱۲۸
۵)حرکت تحت جاذبه گرانش ۱۲۸
۶) حرکت سیاره‌ای ـ مسئله کپلر ۱۲۹
۷ـ پایداری مدارهای دایروی ۱۲۹

فصل هشتم: گرانش

۱ـ قانون گرانش ۱۳۷
۲ـ میدان گرانشی و پتانسیل گرانشی ۱۳۷
۳ـ خطوط نیرو و سطوح هم پتانسیل ۱۴۰
۴ـ سرعت فرار ۱۴۰

عنوان **صفحه**

فصل نهم: دینامیک لاگرانژی و هامیلتونی

۱ـ اصل هامیلتون ۱۴۵
۲ـ معادلات لاگرانژ با ضرایب نامعین ۱۴۷
۳ـ دینامیک هامیلتونی ۱۴۸
۵ـ نوسانهای جفت شده ۱۴۹

فصل اول

بردارها، حساب برداری، ماتریسها، دستگاه مختصات

عناوین اصلی

- عملیات برداری
- دستگاه مختصات
- روابط دیفرانسیلی در دستگاه‌های مختصات مختلف
- حرکت در خط راست، حرکت‌های دو بعدی و سه بعدی

فصل اول

بردارها، حساب برداری، ماتریسها، دستگاه مختصات

پدیده‌های فیزیکی را می‌توان با بهره‌گیری از روشهای برداری هر چه مختصرتر و ظریفتر تشریح کرد. با توجه به اینکه در حل مسائل نیاز به دانستن حساب برداری و استفاده از ماتریسها داریم در این فصل به مطالعه آنها می‌پردازیم.

۱ـ عملیات برداری

۱ـ۱ـ ضرب داخلی دوبردار

ضرب داخلی دوبردار طبق رابطه زیر تعریف می‌شود، نتیجه این ضریب یک اسکالر می‌باشد.

$$\vec{A}.\vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}|\cos\theta$$

$$\vec{A}.\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

اگر ضرب داخلی دوبردار برابر با صفر شود دو بردار عمود بر هم می‌باشند.

در فیزیک برای تعریف کار از ضرب داخلی نیرو در بردار جابجایی استفاده می‌شود.

$$w = \vec{F}.\vec{r}$$

۱ـ۲ـ ضرب برداری دو بردار

ضرب‌برداری دو بردار $\vec{B},\vec{A}$ طبق رابطه زیر تعریف می‌شود، نتیجه ضرب برداری یک برداری می‌باشد و بردار حاصل عمود بر صفحه دوبردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ می‌باشد.

$$\vec{C} = \vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_X & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_y B_z - A_z B_y)\hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z)j + (A_x B_y - A_y B_x)\hat{K}$$

$$|\vec{A}\times\vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}|\sin\theta$$

اگر دوبردار در یک راستا باشند ضرب خارجی آنها صفر می‌شود.

در فیزیک برای تعریف تکانه زاویه‌ای از ضرب برداری، بردار جابجایی در بردار تکانه خطی استفاده می‌شود.

$$\vec{L} = \vec{r}\times\vec{P}$$

۱ـ۳ـ اتحادهای برداری

اتحادهای برداری مورد استفاده در حل مسائل در زیر آورده شده است.

$$\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C}) = \vec{B}.(\vec{C}\times\vec{A}) = \vec{C}.(\vec{A}\times\vec{B})$$

$$\vec{A}\times(\vec{B}\times\vec{C}) = (\vec{A}.\vec{C})\vec{B} - (\vec{A}.\vec{B})\vec{C}$$

$$(\vec{A}\times\vec{B}).(\vec{C}\times\vec{D}) = \vec{A}.[\vec{B}\times(C\times\vec{D})].$$

$$(\vec{A}\times\vec{B})\times(\vec{C}\times\vec{D}) = [(\vec{A}\times\vec{B}).\vec{D}]\vec{C} - [(\vec{A}\times\vec{B}).\vec{C}]\vec{D}$$

۲ـ دستگاه مختصات

برای آسان شدن حل مسئله باید از دستگاه مختصات مناسب استفاده کرد، مثلاً برای بدست آوردن سختی دورانی یک کره بهتر است از دستگاه مختصات کروی استفاده شود، برای حل مسئله مربوط به محاسبه سختی دورانی یک دیسک بهتر است از دستگاه مختصات استوانه‌ای استفاده شود. همچنین برای حل مسئله سختی دورانی یک مکعب مناسبترین دستگاه مختصات، دستگاه مختصات دکارتی می‌باشد.

۲ـ۱ـ دستگاه مختصات دکارتی

تعریف بردار دستگاه مختصات دکارتی:

$$\vec{A} = A_X\,\hat{i} + Ay\,\hat{j} + A_z\,\hat{k}$$

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

$da = dxdy \Leftarrow$ وقتی z ثابت است

$$d\nu = dxdydz$$

ds: المان طول

da: المان سطح

dν: المان حجم

۲ـ۲ـ دستگاه مختصات استوانه‌ای

تعریف بردار در دستگاه مختصات استوانه‌ای

$$\vec{A} = A_r\,\hat{r} + A_\varphi\,\hat{\varphi} + A_z\,\hat{k}$$

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\varphi^2 + dz^2$$

$$d\nu = rdrd\varphi dz$$

ds: المان طول

dν: المان حجم

da: المان سطح

الف) وقتی شعاع ثابت باشد $\Leftarrow da = Rd\varphi dz$

ب) وقتی زاویه سمتی ثابت باشد $\Leftarrow da = drdz$

ج) وقتی z ثابت باشد $\Leftarrow da = rdrd\varphi$

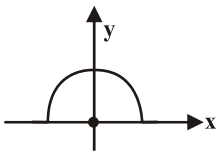
الف) مثالی که می‌توان زد وقتی پوسته استوانه‌ای داریم یا یک حلقه دایره‌ای

ب) مثالی که می‌توان زد وقتی که صفحه در امتداد محور z داریم

ج) مثالی که می‌توان زد وقتی که یک دیسک داریم

مثال

مرکز جرم دیسکی نیمه را به شعاع a و جرم m را نسبت به مرکز آن بدست آورید:



$$y_{cm} = \frac{1}{m}\int ydm \ , \ dm = \sigma r dr d\varphi \quad , \quad y = r\sin\varphi \ , \ \sigma = \frac{m}{\frac{\pi a^2}{2}} +$$

$$y_{cm} = \frac{\sigma}{m}\int r^2 \sin\varphi dr d\varphi = \frac{\sigma}{m}(\frac{1}{3}a^3)(-\cos\varphi)\Big|_0^{\pi} = \frac{\sigma}{m}\frac{2}{3}a^3 = \frac{2}{3\pi}a$$

۲ـ۳ـ دستگاه مختصات کروی

در دستگاه کروی تغییرات φ از صفر می‌باشد تا 2π و تغییرات θ از صفر تا π می‌باشد.

$$\vec{A} = A_r\hat{r} + A_\varphi\hat{\varphi} + A_\theta\hat{\theta}$$

ds: المان طول

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\varphi^2$$

dv: المان حجم

$$dv = r^2\sin\theta d\theta d\varphi dr$$

da: المان سطح

الف) شعاع ثابت:

$$da = R^2\sin\theta d\theta d\varphi$$

مثال: پوسته کروی

ب) θ ثابت:

$$da = r\sin\theta dr d\varphi$$

مثال: مخروط

ج) زاویه سمتی ثابت

$da = rdrd\theta$

۲ـ۴ـ تبدیل مختصات

برای تبدیل برداری یک برحسب هم می‌توان از روش زیر استفاده کنید.

دستگاه استوانه‌ای:

بطور مثال: $\hat{i} = \cos\theta \hat{e}_r - \sin\theta \hat{e}_\theta$

	$\hat{i}$	$\hat{j}$	$\hat{k}$
$\hat{e}_r$	$\cos\theta$	$\sin\theta$	۰
$\hat{e}_\theta$	$-\sin\theta$	$\cos\theta$	۰
$\hat{e}_z$	۰	۰	۱

دستگاه کروی:

	$\hat{i}$	$\hat{j}$	$\hat{k}$
$\hat{e}_r$	$\sin\theta\cos\varphi$	$\sin\theta\sin\varphi$	$\cos\theta$
$\hat{e}_\theta$	$\cos\theta\cos\varphi$	$\cos\theta\sin\varphi$	$-\sin\theta$
$\hat{e}_z$	$-\sin\varphi$	$\cos\varphi$	۰

بطور مثال: $\hat{k} = \cos\theta \hat{e}_r - \sin\theta \hat{e}_\theta$

۳ـ روابط دیفرانسیلی در دستگاهای مختصات متفاوت

روابط دیفرانسیلی همان مشتقات برداری می‌باشند که از تعریف آنها در فیزیک استفاده شده است.

مثال: $\vec{F} = -\vec{\nabla}v$

۳-۱- مختصات دکارتی

A یک اسکالر می‌باشد.

$$\vec{\nabla}A = \frac{\partial A}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial A}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial A}{\partial z}\hat{k}$$

$\vec{A}$ یک بردار می‌باشد.

$$\vec{\nabla}.\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = (\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z})\hat{i} + (\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x})\hat{j} + (\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y})\hat{k}$$

Aیک اسکالر می‌باشد

$$\nabla^2 A = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2}$$

۳ـ۲ـ مختصات استوانه‌ای

A یک اسکالر می‌باشد.

$$\vec{\nabla} A = \hat{r}\frac{\partial A}{\partial r} + \hat{\varphi}\frac{1}{r}\frac{\partial A}{\partial \varphi} + \hat{k}\frac{\partial A}{\partial z}$$

$$\nabla^2 A = \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial A}{\partial r}\right)\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2}$$

$\vec{A}$ یک بردار می‌باشد.

$$\vec{\nabla}.\vec{A} = \frac{1}{r}\begin{vmatrix} \hat{r} & r\hat{\varphi} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_r & rA_\varphi & A_z \end{vmatrix} = \hat{r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A\varphi}{\partial z}\right) + \hat{\varphi}\left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right) + \hat{k}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA\partial) - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right)$$

۳ـ۳ مختصات کروی

A یک اسکالر می‌باشد.

$$\vec{\nabla} A = \hat{r}\frac{\partial A}{\partial r} + \hat{\theta}\frac{1}{r}\frac{\partial A}{\partial \theta} + \hat{\varphi}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A}{\partial \varphi}$$

$$\nabla^2 A = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial A}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial A}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2}$$

$\vec{A}$ یک بردار می‌باشد.

$$\vec{\nabla}.\vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 A_r) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(A_\theta \sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{A} = \frac{1}{r^2\sin\theta}\begin{vmatrix} \hat{r} & r\hat{\theta} & r\sin\theta\hat{\varphi} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \varphi} \\ A_r & rA_\theta & r\sin\theta A_\varphi \end{vmatrix}$$

۴ـ حرکت در خط راست، حرکتهای دو بعدی و سه بعدی

مکان ذره را نسبت به چهارچوب مرجع معینی بوسیله برداری چون $\vec{r}$، که بطور کلی تابعی از زمان است، $\vec{r} = \vec{r}(t)$، مشخص می‌کنند بردار سرعت $\vec{v}$، و بردار شتاب، $\vec{a}$، بنابر تعریف عبارتند از:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$$