
بسم الله الرحمن الرحيم

شرح جامع و نمونه سوالات

مدیریت سرمایه گذاری و ریسک

«مدیریت»

مولفان: هادی محمدزادگان – الهام فدائی

انتشارات ارشد

پیشگفتار ناشر

خداوند بزرگ را شاکریم که فرصتی عنایت فرمود تا بتوانیم قدمی در جهت گسترش علم و فرهنگ کشور عزیزمان برداریم و مسیری هموار را در اختیار مخاطبان و داوطلبان علاقمند به ادامه تحصیل قرار دهیم. از آنجائی که درحوزه کتاب‌های درسی و کمک درسی کارشناسی ارشد کتاب‌های زیادی به رشته تحریر در آمده است با این حال وجود یک مجموعه جامع، دقیق، کامل و دارای رفرنس(منابع) مستند احساس می‌شود.

همیشه دغدغه داشتیم که ای کاش می‌شد تمامی منابع پراکنده و گاهاً دست نایافتنی کنکور در یک مجموعه به گونه‌ای جذاب و شیوا آماده می‌شد و همچنین سوالات دوره‌های قبل کنکور نیز به گونه‌ای تشریحی پاسخ داده می شدند، که خدشه‌ای بر آنها وارد نشود و خیال داوطلبان عزیز آنقدر آسوده باشد که اطلاعات مندرج در پاسخنامه‌ها را برای بهره‌گیری در آزمون خود بکار گیرند. این کار با یاری خداوند بزرگ و همکاری نخبه‌ترین دانشجویان و اساتید کشور در انتشارات ارشد هماهنگ گردید و در تمامی مقاطع تحصیلی از کاردانی به کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری در حوزهٔ آزمون‌های سراسری – آزاد و پیام نور بسته‌های آموزشی شامل کتاب‌های بانک سوالات و کتاب‌های شرح جامع درس آماده گردید. در تهیه مجموعه‌های فوق‌الذکر از فارغ‌التحصیلان کارشناسی ارشد و دکتری که حائز رتبه‌های تک رقمی کنکور می‌باشند، استفاده کرده‌ایم، تا شما عزیزان بتوانید در راستای افزایش توان علمی خود در جهت نیل به مقصود خویش نایل آیید. بدون تردید می‌توان گفت که برای اولین بار در نظام آموزشی کشور مجموعه‌ای به این سبک عرضه می‌شود که در کیفیت و کمیت بی‌نظیر بوده و تمامی نیازهای دانشجویان و داوطلبان عزیز را پوشش می‌دهد. امید است که استفاده از این مجموعه عزیزان را در جهت موفقیت در آزمون یاری رسانده باشد. در پایان لازم به ذکر است که بی نقصی محض از آن خداوند متعال می‌باشد، بنا براین از تمامی خوانندگان و داوطلبان عزیز خواهشمندیم نظرات سازنده خود را در مورد این کتاب به سایت انتشارات ارشد اعلام نمایند تا ما را در جهت هر چه بهتر آماده کردن این محصولات یاری رسانند.

با تشکر

ناشـــــر

www.arshadbook. ir

پیشگفتار مولف

همواره تخصیص بهینه منابع از دغدغه‌های صاحبان سرمایه بوده است. توجه همزمان به نحوه سرمایه‌گذاری این منابع و ریسک‌های ناشی از آن، نه تنها منافع دارنده گان سرمایه را بیشتر می کند، بلکه با جهت‌گیری صحیح سرمایه‌گذاری‌ها، باعث کارایی بیشتر صنعت و اقتصاد می شود.

فارغ‌التحصیلان رشته مدیریت مالی، وظیفه برقراری این شرایط را برای سرمایه‌گذاران خواهند داشت. ایشان با آشنایی کافی به اوضاع اقتصاد و صنعت و ذائقه های سرمایه‌گذاران، گزینه‌های مناسبی را پیش روی سرمایه‌گذاران قرار خواهند گذاشت.

دانشجویان رشته مدیریت مالی در سال‌های اخیر شاهد تغییراتی در دروس برای کنکور کارشناسی ارشد بودند. یکی از دروسی که به با ضریب بالا به عنوان درس تخصصی این رشته مطرح شد، درس سرمایه‌گذاری و ریسک است. منابع این درس در دوره های اخیر محدود بوده و دانشجویان از عدم همپوشانی سوالات کنکور با منابع حاضر شکایت داشتند. هدف از انتشار این کتاب نیز تهیه و تدوین مجموعه کامل از شرح و تستِ این درس، برای دوستداران این شاخه مخصوصا دانشجویان و افراد متخصص بوده است.

در پایان لازم می‌دانیم از زحمات بی‌دریغ خانم صفورا شاهینی که در تدوین این مجموعه ما را یاری کرده‌اند، قدردانی کنیم.

با سپاس

مولفان

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول: مقدمه‌ای بر ریاضیات سرمایه‌گذاری

مقدمه ۱۴
مروری بر ریاضیات پایه ۱۴
اندیس ۱۴
توان ۱۴
سیگما یا جمع ۱۵
ضرب ۱۵
میانگین حسابی و هندسی ۱۵
تصاعد حسابی و هندسی ۱۶
انواع نرخ بهره ۱۷
ارزش آتی و حال ۱۷
ارزش آتی و حال اقساط ۱۸
توزیع‌های احتمال ۱۹
تمایل به مرکز ۱۹
شاخص‌های پراکندگی ۱۹
ضریب تعیین ۲۳
توزیع نرمال یا زنگوله‌ای ۲۳

فصل دوم: معرفی بازارهای اوراق بهادار و شاخص‌های آن

تعریف بازار اوراق بهادار(بازار مالی) ۲۶
ویژگی‌های بازار های مالی ۲۷
دو ویژگی مهم بازارهای مالی ۲۷
اهمیت بازارهای مالی ۲۷
بازارهای فراخوانی و پیوسته ۲۷
ویژگی‌های بازار مالی خوب ۲۷
طبقه‌بندی بازارهای مالی ۲۸
بازار اولیه ۲۹
موسسه تأمین سرمایه ۲۹
بازار ثانویه ۲۹
بازار های زیرمجموعه بازار ثانویه ۳۰
بورس‌های سازمان یافته (بازار حراج) ۳۰
بازارهای مبتنی بر چانه‌زنی (فرا بورس) ۳۱
بازار سوم ۳۱
بازار چهارم ۳۱
عرضه خصوصی و عمومی اوراق بهادار ۳۲
کمیسیون‌ها ۳۲
داد و ستدکنندگان دارای انگیزه اطلاعاتی و انگیزه نقدینگی ۳۲
بازار آینده – GLOBEX ۳۴
شاخص های بازار اوراق بهادار ۳۴

عنوان **صفحه**

شاخص ۳۴
دلایل اهمیت اندازه‌گیری حرکتهای بازار ۳۵
عوامل تأثیر گذار در محاسبه شاخص ها ۳۵
شیوه کلی محاسبه شاخص‌ها ۳۶
شاخص مبتنی بر قیمت سهام ۳۶
شاخص مبتنی بر ارزش بازار ۳۷
شاخص مبتنی بر ارزش‌های برابر ۳۸
میانگین هندسی ۳۸
اهم شاخص‌های بورس اوراق بهادار تهران ۳۸
شاخص صنایع ۳۸
شاخص پنجاه شرکت فعالتر ۳۹
شاخص کل قیمت سهام ۳۹
شاخص قیمت و بازده نقدی ۳۹
شاخص بازده (سود) نقدی ۳۹
عوامل تأثیرگذار بر شاخص بورس اوراق بهادار تهران ۴۰
عوامل غیر تأثیرگذار بر شاخص بورس اوراق بهادار تهران ۴۰
تست‌های آخر فصل ۴۱
پاسخ تست‌های آخر فصل ۴۵

فصل سوم: آشنایی با انواع اوراق بهادار و نحوه معامله آنها

ساختار دارائی‌های مالی ۴۸
سرمایه‌گذاری مستقیم ۴۹
بازار پول ۴۹
مهندسی مالی ۵۳
تقسیم‌بندی اوراق قرضه بر اساس ماهیت ۵۴
اوراق مشارکت ۵۶
تقسیم‌بندی اوراق قرضه بر اساس نوع ناشر ۵۷
سهام ممتاز ۵۹
نحوه معامله اوراق بهادار ۶۲
کارگزار: ۶۲
مجریان حساب یا نمایندگان مجوزدار ۶۲
شرکت‌های کارگزاری ۶۳
شرکت‌های کارگزاری منطقه‌ای ۶۳
شرکت‌های کارگزاری تخفیفی ۶۳
کارمزد یا کمیسیون : ۶۳
دلیل حضور کارگزاران ۶۴
سرمایه‌گذاری بدون نیاز به کارگزار ۶۴
حجم فروش: ۶۴
محدوده زمانی ۶۴
انواع سفارشات ۶۵

عنوان	صفحه

نحوه ارائه سفارشات ۶۶
انواع حساب‌های کارگزاری ۶۶
کاربردهای حساب ودیعه ۶۷
مقایسه ودیعه واقعی با حداقل ودیعه و ودیعه اولیه ۶۸
فروش استقراضی (SHORT SALE) ۶۹
تست‌های آخر فصل ۷۰
پاسخ تست‌های آخر فصل ۷۳

فصل چهارم: ارزش‌گذاری (۱): اوراق بهادار شامل سهام و اوراق قرضه

سهام عادی ۷۶
ویژگی‌های سهام عادی ۷۶
مزایای تأمین مالی از طریق سهام عادی ۷۶
معایب تأمین مالی از طریق سهام عادی ۷۷
حقوق سهامداران عادی ۷۷
ماهیت و حق رأی سهام عادی ۷۸
حق تقدم خرید سهام جدید ۷۸
بازار سهام ۷۹
مالکیت سهام ۷۹
فعالیت معاملات ۷۹
ارزشیابی سهام ۷۹
تکنیک‌های مبتنی بر تنزیل جریان نقدی ۸۱
سه حالت خاص برای سود تقسیمی: ۸۳
سه شرط استفاده از فرمول گوردون ۸۴
مدل نرخ چندگانه ی رشد سود تقسیمی ۸۵
تکنیک‌های نسبی ارزشیابی ۸۶
نسبت قیمت هر سهم به درآمد هر سهم (P/E) ۸۶
نسبت قیمت هر سهم به جریان نقدی(P/CF) ۸۸
روش ارزش افزوده‌ی اقتصادی (EVA) ۸۹
اوراق قرضه ۹۰
مقدمه ۹۰
تعریف اوراق قرضه ۹۰
ویژگی‌های اوراق قرضه ۹۱
رتبه‌بندی اوراق قرضه ۹۲
قیمت‌گذاری اوراق قرضه ۹۳
نرخ بازده تا سررسید ۹۷
ریسک نوسان نرخ بهره ۹۸
تست‌های تالیفی آخر فصل ۱۰۱
پاسخ تست‌های آخر فصل ۱۰۵

فصل پنجم: ارزشگذاری (۲) مشتقات

قرارداد آتی و پیمان آتی ۱۰۹

عنوان	صفحه

مقدمه ۱۰۹
مزایای بازار آتی سهام ۱۱۰
معایب بازار آتی سهام ۱۱۱
پیمان آتی ۱۱۱
در نمودار پیمان آتی نکات زیر وجود دارد: ۱۱۲
قرارداد آتی: ۱۱۲
اتاق پایاپای ۱۱۴
کاربردهای قرارداد آتی ۱۱۴
مقایسه قرارداد آتی با قرارداد آتی ۱۱۶
نحوه محاسبه قیمت قرارداد/پیمان‌های آتی ۱۱۶
ارزش قرارداد/پیمان های آتی ۱۱۸
اوراق اختیار معامله ۱۱۸
دلایل استفاده از برگ اختیار معامله ۱۱۹
شناخت برگ اختیار معامله ۱۲۰
برگ اختیار خرید سهام ۱۲۱
برگ اختیار فروش سهام ۱۲۳
مراکز معامله ۱۲۳
عوامل موثر بر قیمت‌های اوراق اختیار معامله ۱۲۳
تجزیه و تحلیل استراتژی‌های اصلی اوراق اختیار معامله ۱۲۴
تست‌های تالیفی آخر فصل ۱۲۷
پاسخ تست‌های آخر فصل ۱۳۱

فصل ششم: تجزیه تحلیل بنیادی و تکنیکی

تجزیه و تحلیل اقتصاد/ بازار:اقتصاد و بازار سهام ۱۳۶
چرخه تجاری: ۱۳۶
پیش‌بینی‌های کلان اقتصادی ۱۳۶
شناخت بازار سهام ۱۳۷
عوامل تعیین‌کننده قیمت سهام ۱۳۷
ارزشیابی بازار ۱۳۸
پیش‌بینی تغییرات در بازار ۱۳۸
تجزیه و تحلیل صنعت ۱۳۹
عملکرد صنایع در طول زمان ۱۳۹
طبقه‌بندی صنایع ۱۳۹
تجزیه و تحلیل صنایع ۱۴۰
مرحله رشد ۱۴۱
مرحله توسعه ۱۴۱
مرحله تثبیت (بلوغ) ۱۴۱
مرحله افول ۱۴۱
تجزیه و تحلیل تجاری ۱۴۲
تجزیه و تحلیل کیفی صنعت ۱۴۳

عنوان **صفحه**

تجزیه و تحلیل شرکتها ۱۴۳
جنبه‌های حسابداری درآمدها (سودها) ۱۴۳
مشکل سودهای گزارش شده ۱۴۴
تحلیل سودآوری یک شرکت ۱۴۴
۴. تحلیل نرخ بازده حقوق صاحبان سهام (ROE) ۱۴۵
کدام یک از سودها اهمیت دارند؟ ۱۴۵
بدست آوردن تخمین‌هائی از سود ۱۴۵
منابع پیش‌بینی EPS ۱۴۶
تجزیه و تحلیل تکنیکی چیست؟ ۱۴۸
منطق تجزیه و تحلیل تکنیکی ۱۴۸
چارچوب تجزیه و تحلیل تکنیکی ۱۴۹
تکنیک‌های تجزیه و تحلیل کل بازار ۱۵۰
تکنیک‌های تجزیه و تحلیل سهام خاص ۱۵۴
نمونه‌هایی از الگوهای قیمتی ۱۵۵
تست‌های تألیفی آخر فصل ۱۵۷
پاسخ تست‌های آخر فصل ۱۶۰

فصل هفتم: ریسک، بازده و نظریه مارکوویتز

اندازه‌گیری بازده ۱۶۳
بیان بازده به صورت دلار ۱۶۴
بیان بازده به صورت درصد ۱۶۴
تخمین قیمت ابتدای دوره ۱۶۵
بازده نسبی ۱۶۶
ریسک ۱۶۶
طبقه‌بندی منابع ریسک ۱۶۷
۱. ریسک‌های مالی ۱۶۷
۱-۱ ریسک نرخ سود ۱۶۷
۱-۲ ریسک نقدینگی ۱۶۸
۱-۳. ریسک نرخ ارز ۱۶۸
۱-۴. ریسک اعتباری ۱۶۸
۱-۵ ریسک بازار ۱۶۸
۱-۶ سایر ریسک‌های مالی ۱۶۹
۲. ریسک های غیرمالی ۱۶۹
۲-۱. ریسک سیاسی ۱۶۹
۲-۲ ریسک صنعت ۱۶۹
۲-۳. ریسک قانونی ۱۷۰
۲-۴. ریسک عملیاتی ۱۷۰
۲-۵. ریسک مدیریت ۱۷۰
۲-۶. سایر انواع ریسک غیرمالی ۱۷۰
ریسک و عدم اطمینان ۱۷۱

عنوان **صفحه**

اندازه‌گیری ریسک ۱۷۱
ریسک سیستماتیک و غیرسیستماتیک ۱۷۱
اندازه‌گیری ریسک سبد سرمایه‌گذاری ۱۷۳
بازده دارایی منفرد در پرتفوی ۱۷۳
ریسک دارایی I ام ۱۷۴
بازده و ریسک تاریخی ۱۷۶
بازده و ریسک پرتفوی ۱۷۶
مدل مارکوویتز ۱۷۷
بازده مورد انتظار پرتفوی ۱۷۷
ریسک پرتفوی ۱۷۸
محاسبه انحراف معیارپرتفوی ۱۸۰
ریسک پرتفوی با دو دارایی ۱۸۱
ریسک پرتفوی با سه دارایی ۱۸۴
انتخاب پرتفوی ۱۸۶
مرز کارا ۱۸۶
منحنی‌های بی‌تفاوتی ۱۸۷
سیری‌ناپذیری و ریسک‌گریزی ۱۸۸
ریسک سیستماتیک ۱۸۸
اندازه‌گیری ریسک سیستماتیک ۱۸۹
ضریب بتا (β) ۱۹۰
مدل تک‌عامل یا تک‌شاخص ۱۹۱
معیارهای دیگر برای اندازه‌گیری ریسک ۱۹۳
ضمیمه ۱۹۸
اثبات روابط فصل ۱۹۸
تست‌های تألیفی آخر فصل ۲۰۰
پاسخ تست‌های آخر فصل ۲۰۶

فصل هشتم: نظریه بازار سرمایه، آربیتراژ و ارزیابی پرتفوی

نظریه بازار سرمایه ۲۰۹
مفروضات نظریه بازار سرمایه ۲۰۹
دارایی بدون ریسک ۲۱۰
برخی از ویژگی‌های دارایی بدون ریسک ۲۱۰
وام‌دهی و وام گیری بدون ریسک ۲۱۰
انحراف معیار و بازده سبد در صورت ورود دارایی بدون ریسک ۲۱۱
تاثیر وام دهی و وام‌گیری بدون ریسک بر مجموعه کارا ۲۱۲
قضیه تفکیک ۲۱۲
خط بازار سرمایه ۲۱۳
خط بازار اوراق بهادارSML ۲۱۴
تفاوت‌های SML و CML ۲۱۵
مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای ۲۱۵

عنوان **صفحه**

مدل بتای صفر ۲۱۸
مدل‌های عاملی ۲۱۹
مدل تک‌عاملی ۲۱۹
مدل بازار ۲۱۹
مدل چندعاملی ۲۱۹
مدل‌های عاملی بخشی ۲۲۰
مدل‌های عاملی در مقابل مدل تعادلی ۲۲۰
نظریه قیمت گذاری آربیتراژ ۲۲۱
سبدهای سرمایه‌گذاری آربیتراژ ۲۲۱
قانون تک قیمت ۲۲۱
استخراج مدل ۲۲۲
APT و مدل عاملی ۲۲۲
APT و CAPM ۲۲۳
ارزیابی عملکرد پرتفوی ۲۲۵
معیار شارپ ۲۲۵
معیار ترینر ۲۲۶
معیار جنسن ۲۲۷
معیار M^2 ۲۲۹
معیار نسبت ارزیابی M_P^2 ۲۲۹
تست‌های تألیفی آخر فصل ۲۳۲
پاسخ تست‌های آخر فصل ۲۳۶

فصل نهم: کارائی در بازارهای سرمایه و مالی رفتاری

کارائی در بازار سرمایه ۲۳۹
کارائی تخصیصی: ۲۳۹
کارائی عملیاتی ۲۳۹
کارائی اطلاعاتی ۲۴۰
اهمیت کارا بودن بازار ۲۴۰
مفهوم بازار کارا ۲۴۰
شرایط ایجاد بازارکارا ۲۴۱
رفتار قیمت در بازار کارا ۲۴۱
اشکال مختلف بازار کارا ۲۴۲
کاربرد های بازارکارا ۲۴۴
آزمون‌های کارایی بازار سرمایه ۲۴۴
آزمون‌های شکل ضعیف کارائی ۲۴۵
آزمون‌های شکل نیمه قوی کارائی ۲۴۵
آزمون‌های شکل قوی کارائی ۲۴۶
خلاصه نتایج آزمون کارائی بازار ۲۴۶
علم مالی جدید (مالی رفتاری) ۲۴۷
مالی رفتاری سه اصل زیر را در تئوری‌های مالی مدرن رد می‌کند: ۲۴۷
اصول مالی نوین ۲۴۸

عنوان	صفحه

دو پایه اصلی در پارادایم سنتی مالی و مالی نوین ۲۴۸
محدودیت در آربیتراژ ۲۴۸
روانشناسی ۲۴۹
روش‌های ابتکاری ۲۴۹
خود فریبی ۲۵۰
تعاملات اجتماعی ۲۵۰
استراتژی مومنتوم در مالی نوین (رفتاری) ۲۵۱
استراتژی مومنتوم ۲۵۱
استراتژی معکوس در مقابل استراژی مومنتوم ۲۵۱
نتیجه ۲۵۱
تست‌های تألیفی آخر فصل ۲۵۲
پاسخ تست‌های آخر فصل ۲۵۵

فصل اول

مقدمه‌ای بر ریاضیات سرمایه‌گذاری

فصل اول

مقدمه‌ای بر ریاضیات سرمایه‌گذاری

مقدمه

دانش مالی به عنوان یک رشته که در بیشتر دانشگاه‌ها تدریس می‌شود، در اکثر زیر بخش‌های خود (نظیر ریسک و سرمایه‌گذاری، مالی شرکتی، تئوری‌ها و...) از علوم دیگری برای تبیین بهتر مفاهیم خود استفاده کرده است. در بخش سرمایه‌گذاری و ریسک، یکی از علوم مطرح، علم ریاضی است که توانسته تا حدودی از نیازهای دانش مالی را کم کند. ریاضیات مالی نیز به عنوان یک رشته دانشگاهی در حال حاضر در دانشگاه‌های جهان و ایران تدریس می‌شود.

با توجه به اینکه مطالب فصل‌های آتی نیاز به یک پیشینه (هر چند کم) از مباحث ریاضی دارد، در این فصل سعی شده است که مباحث مقدماتی از ریاضیات سرمایه‌گذاری به صورت اجمالی مورد توجه قرار گیرد[1].

مروری بر ریاضیات پایه

اندیس

از اندیس[2] برای تمایز قائل شدن به متغییرها استفاده می‌شود. زمانی که تعداد متغییرها بیشتر می‌شود، مزیت اندیس نمایان می‌شود. در این حالت، استفاده از حروف متعدد به جای اندیس، کار را دشوار می‌کند. برای مثال عبارت:

$$(x_1 + x_2 + x_3)$$

به صورت زیر خوانده می‌شود: "ایکس یک به اضافه ایکس دو به اضافه ایکس سه".

توان

از توان[3] برای ساده‌سازی در نمایش ضرب و تقسیم‌های متوالی استفاده می‌شود. همچنین از توان برای نمایش ریشه اعداد یا متغییرها استفاده می‌شود. به عنوان مثال حاصل‌ضرب $a \times a \times a$ را به اختصار می‌توان به حالت a^3 نشان داد[4] که در آن a پایه[5] و ۳ نما[6] می‌باشد.

1- خوانندگانی که با مطالب فصل حاضر آشنایی کافی دارند، می‌توانند از مطالعه آن صرف‌نظر کنند.

2-subscript
3- power

4- به a^3، مکعب a هم می‌گویند.

5- base
6-exponents

سه حالت خاص را برای مفهوم نما می‌توان پیش‌بینی کرد که به صورت زیر است:

۱. $a^{\circ} = ۱ \quad (a \neq ۰)$

۲. $a^{-n} = \frac{۱}{a^n}$ (n عدد صحیح مثبت)

۳. $a^{n/m} = \sqrt[m]{a^n}$ (n و m عدد صحیح مثبت)

سیگما یا جمع

زمانی که تعداد متغییرها و علامت های جمع بین آنها بیشتر و بیشتر می‌شود، استفاده همزمان از نماد اندیس و نماد سیگما[1]، عبارت ریاضی مربوطه را شدیدا خلاصه می‌کند. مثلا به جای استفاده از عبارت، $y = A + B + C + \ldots$ می‌توان هر یک از متغییرها را با اندیس نشان داد و از نماد سیگما نیز استفاده کرد و به صورت زیر خلاصه کرد:

$Y = \sum_{i=۱}^{n} x_i$، که خوانده می‌شود، "Y برابر است با مجموع ایکس یک تا ایکس n"

گاهی مغییرهای در گیر در عبارت ریاضی بیش از یک بُعد دارند. در این حالت اندیس و سیگمای مورد استفاده متفاوت خواهد بود. برای حالت دو بُعدی، اندیس و سیگما دوبل می‌شود. برای مثال جهت جمع عناصر ماتریس به صورت زیر عمل می کنیم

$$\begin{bmatrix} a_{۱،۱} & a_{۱،۲} \\ a_{۲،۱} & a_{۲،۲} \end{bmatrix}:$$

$$a_{۱،۱} + a_{۱،۲} + a_{۲،۱} + a_{۲،۲} = \sum_{i=۱}^{۲} \sum_{j=۱}^{۲} a_{i،j}$$

ضرب

گاه نمایش حاصلضرب تعدای از اعداد یا متغییرها طولانی شده و اشتباهات را زیاد می‌کند. در این صورت از نماد ضرب جهت خلاصه‌سازی آنها استفاده می‌شود. مثلا برای نمایش $۲^۴$، به صورت زیر می‌توان عمل کرد:

$$۲^۴ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = \prod_{i=۱}^{۴} ۲ = ۱۶$$

یکی از کاربردهای نماد سیگما و ضرب در گرفتن انواع میانگین ها است که در ادامه ارایه خواهد شد.

میانگین حسابی و هندسی

ساده‌ترین و پر کاربرد ترین میانگین مورد استفاده در ریاضیات، میانگین حسابی است که برای اعداد n داده به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=۱}^{n} x_i}{n}$$

1- summation

زمانی که می‌خواهیم از نرخ‌های بهره، رشد یا بازده میانگین بگیریم، از میانگین هندسی استفاده می‌کنیم. برای میانگین هندسی n داده داریم:

$$\bar{x}_g = \sqrt[n]{\prod_{i=1} x_i}$$

تصاعد حسابی و هندسی

گفتیم که برای خلاصه‌کردن مجموع و حاصلضرب متغیرها به ترتیب از نماد سیگما و نماد ضرب استفاده می‌شود. حال برای خلاصه‌سازی مجموع و حاصل‌ضرب جمله‌ها[1] چه طور؟ از تصاعدهای حسابی[2] و هندسی[3] به ترتیب برای تلخیص عمل جمع و ضرب جملات جبری استفاده می‌شود. البته از این دو تصاعد برای یافتن شماره جمله نیز استفاده می‌شود. خلاصه روابط تصاعدها در جدول زیر قابل مشاهده است:

	تصاعد حسابی	تصاعد هندسی
جمله nام از تصاعد... برابر است با...	$t_n = t_1 + (n-1)d$	$t_n = t_1 r^{n-1}$
مجموع جملات تصاعد ... برابر است با...	$s_n = \frac{n}{2}(t_1 + t_n)$ $s_n = \frac{n}{2}-\left[2t_1 + (n-1)d\right]$	$s_n = t_1 \frac{1-r^n}{1-r}$ $s_n = t_1 \frac{r^n - 1}{r-1}$

توجه کنید که در روابط فوق:

t_n: جمله nام تصاعد حسابی یا هندسی
t_1: جمله اول تصاعد حسابی هندسی
d: قدر نسبت تصاعد حسابی
n: تعداد جملات تصاعد
r: قدر نسبت تصاعد هندسی
s_n: مجموع n جمله اول تصاعد حسابی یا هندسی

نکته مهم: اگر تصاعد هندسی نامحدود باشد و $(-1 < r < 1)$ آنگاه برای مجموع جملات داریم:

$$\lim_{\substack{n\to\infty \\ (-1<r<1)}} s_n = \frac{t_1}{1-r}$$

---

1 Terms یا جمله به ترتیبی از اعداد یا متغییر ها را گویند.

2-arithmetic progression
3- geometric progression

انواع نرخ بهره

پول قرض گرفته شده فزینه ای دارد که بهره[1] می‌گویند. برای مبالغ سرمایه‌گذاری شده معمولا به جای بهره از واژه‌های بازدهی سرمایه‌گذاری[2]، سود نقدی[3] یا کوپن استفاده می‌شود.

چنانچه بهره صرفا بر مبنای اصل محاسبه شود و در پایان دوره پرداخت گردد، در این صورت بدهی با بهره ساده[4] بوده است و رابطه آن به صورت زیر است:

$$I = Prt$$

در معادله فوق، I میزان بهره، p اصل بهره، r نرخ سالانه و t زمان بر اساس سال می‌باشد.

اگر مبلغ بهره در هر دوره، علاوه بر اصل، شامل بهره‌های تجمعی هم باشد، به این حالت اصطلاحا بهره مرکب[5] می گویند.

اصطلاح مورد استفاده برای بیان اصل بهره‌ای که در طول یک سال شکسته شده است، نرخ بهره موثر است. رابطه نرخ بهره موثر به صورت زیر است:

$$r_e = \left[1 + \frac{r_m}{m}\right]^m - 1$$

که در آن؛ m تعداد دفعات پرداخت در سال، r_e نرخ موثر بهره به صورت سالیانه و r_m نرخ اسمی بهره است.

زمانی که تعداد دفعات پرداخت سالیانه به سمت بی نهایت میل کند ($m \to \infty$)، بهره‌ی محاسبه شده را نرخ بهره پیوسته گویند و رابطه آن به صورت زیر است:

$$\lim_{m\to\infty}\left[1 + \frac{x}{m}\right]^m = e^x$$

ارزش آتی و حال

به ارزش مبلغ معین فعلی را در زمانی خاصی از آینده، ارزش آتی[6] و به ارزش مبلغ معینِ آتی که به زمان حال تنزیل شده است، ارزش حال[7] می گویند. نرخ بهره مورد استفاده در تعیین این دو ارزش ممکن است با نرخ بهره ساده باشد یا مرکب. با توجه به سیستم های تنزیل فعلی، استفاده از نرخ بهره مرکب مرسوم تر است. خلاصه روابط در جدول زیر قابل مشاهده است:

	با بهره ساده	با بهره مرکب
ارزش آتی	$FV_s = pv(1+rt)$	$FV_c = pv(1+r)^t$
ارزش حال	$pv = \frac{FV_s}{1+rt}$	$pv = \frac{fv_c}{(1+r)^t}$

1- interest
2- return on investment
3- dividend
4- simple interest
5- compound interest
6- future value
7- present value

تفاوت مقادیر محاسبه شده با بهره ساده و مرکب در چیست؟

$$FV_c = pv(۱+r)^t - pv(۱+rt)$$
$$= pv\left[(۱+r)^t - (۱+rt)\right]$$

آنچه اختلاف این دو ارزش را زیاد می‌کند، تفاوتِ $(۱+r)^t$ و $(۱+rt)$ است که برای r و t های بالا، این اختلاف تشدید می‌شود.

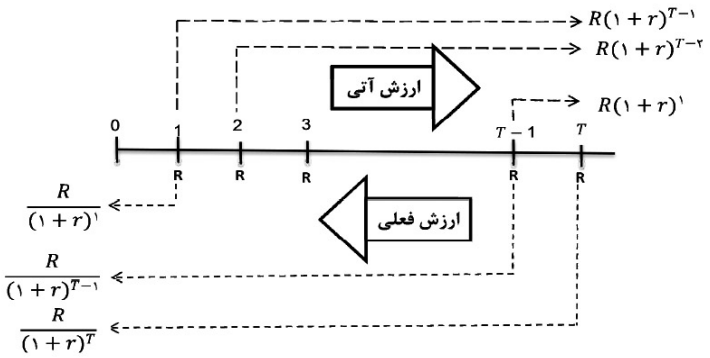
ارزش آتی و حال اقساط

ارزش‌های بحث شده در بخش قبل، برای مبلغ اولیه خاصی بود. حال اگر مبالغ مختلف در طی زمان های مختلف مد نظر باشد، روابط دیگری مطرح می‌شود[1].

فرض کنید مبلغ $CF_۱$ در سال اول، مبلغ $CF_۲$ در سال دوم و... سرمایه‌گذاری می‌شود. ارزش حال آنها به صورت زیر مجاسبه می‌شود:

$$pv = \frac{CF_۱}{(۱+r)^۱} + \frac{CF_۲}{(۱+r)^۲} + ... + \frac{CF_t}{(۱+r)^t} = \sum_{i=۱}^{T} \frac{CF_t}{(۱+r)^t}$$

بعضی مواقع مبالغی که در هر سال کسب یا سرمایه‌گذاری می‌شود، با هم برابر اند که در این صورت اقساط نام دارند. ارزش حال و آتی اقساط رابطه خاص خود را دارند که در نمودار زیر آمده‌اند:



$$PV = R\left[\frac{۱-(۱+r)^{-T}}{r}\right]$$ ارزش حالهـا اقسـاط مسـاوی

$$FV = R\left[\frac{(۱+r)^T - ۱}{r}\right]$$ ارزش آتـی اقسـاط مسـاوی

R: مبلغ هر قسط

1-روابط این قسمت در ارزش‌گذاری سهام، کاربردهای زیادی دارند.

نکته مهم: اگر پرداخت ثابتی از زمان مشخصی شروع شده و تا بی‌نهایت ادامه یابد، به آن قسط مادام‌العمر[1] و ارزش حال آن به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$pv = \frac{R}{r}$$

توزیع‌های احتمال

به احتمالات متناظر با مقادیری که یک متغییر تصادفی می‌تواند اختیار کند، توزیع احتمال می‌گویند. توزیع احتمالی که در این کتاب مد نظر ما است، توزیع احتمال پیوسته است نه گسسته مانند توزیع احتمال بازدهی سهام عادی یک شرکت. توزیع احتمالات با چند معیار شناخته می‌شود، میزان تمایل به مرکز و پراکندگی توزیع از جمله مهمترین آنها است.

تمایل به مرکز

میانه، مُد و میانگین از ابزارهای سنجش تمایل به مرکز اند. میانه[2]، مقدار میانی توزیع در زمانی است که مقادیر احتمالی متغییر تصادفی بر اساس بزرگی مرتی شده باشد. مُد[3] (نما) محتمل ترین مقدار است. سرانجام ارزش مورد انتظار (یا میانگین) مقدار میانگین وزنی توزیع است که در آن کلیه مقایر احتمالی از طریق احتمالاتِ وقایعِ مربوطه موزون می گردند. نحوه محاسبه میانگین با وجود احتمال هر مقدار، متفاوت از حالتی است که احتمال هر مقدار را نداشته باشیم (این حالت در بخشهای قبلی ارایه شده است). از آنجا که احتمال برای هر مقدار بین صفر و یک است، این کار را می‌توان به صورت حاصل جمع مقادیر به دست آمده از ضرب مقادیر احتمالی (x_i) در احتمالات مربوطه (p_i) به دست آورد. یعنی:

$$\text{Expected value} = \sum_{i=1}^{N} p_i x_i$$

نکته: یکی از ویژگی‌های توزیع نرمال، این است که میانه، مُد و میانگین[4] آن برابر باشد.

شاخص‌های پراکندگی

مقادیر احتمالی بر اساس احتمالات خود، ارزش مورد انتظاری را بدست می‌دهند. این ارزش ممکن است با ارزش بالقوه انحراف داشته باشد. ابزارهای سنجش این انحراف، به شاخص های پراکندگی معروف اند. این شاخص ها عبارتند از: واریانس، انحراف معیار، کوواریانس و...

واریانس[5] متغییر تصادفی به صورت میانگین موزون مجذورات انحرافات از ارزش مورد انتظار متغییر تصادفی محاسبه می‌شود. وزنی که به انحراف هر مقدار از ارزش مورد انتظار داده می‌شود (P_i)، احتمالات وقوع هر یک از آن مقادیر است.

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{N} p_i (x_i - \text{Expected value})^2$$

1- perpetuity
2-medial
3-mode
4-mean
5-variance

واحد واریانس محاسبه شده از جنس متغییری است که محاسبه روی آن انجام شده است با این تفاوت که به توان دوم می‌رسد. به لحاظ مفهومی، تفسیر واحد تحت این شرایط، مشکلاتی را برای استفاده‌کنندگان به وجود می‌آورد. مثلا اگر متغییر مورد بررسی نرخ باشد، درک نرخ مجذور شده به آسانی قابل درک نیست. انحراف معیار[1] با جذر گرفتن از واریانس، این مشکل را حل می‌کند. در این صورت واحد انحراف معیار همجنس و هم توان با ارزش مورد انتظار می‌شود. یعنی:

$$\sigma_i = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} p_i \left(x_1 - \text{Expcted value}\right)^2}$$

گاهی در مقایسه توزیع‌ها، ارزش مورد انتظار و واریانس آنها، امکان مقایسه را (به دلیل متفاوت بودن) فراهم نمی‌کنند. در این صورت می‌توان از ضریب تغییرات[2] (cv) استفاده کرد. این شاخص ساده بدون واحد است و رابطه آن:

$$CV_i = \frac{\sigma_i}{\text{Expected value}}$$

نکته: توزیع های نرمال دارای پراکندگی پایینی هستند و مقادیر σ_i و cv_i برای آنها کم است.

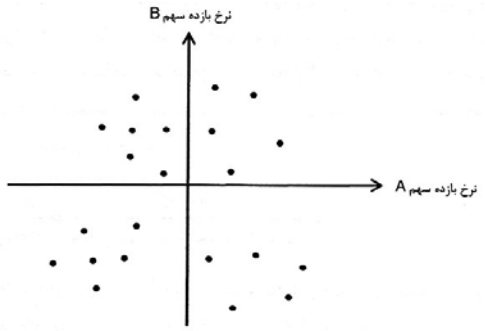
انحراف معیار و واریانس، سطح انحراف مطلق از ارزش مورد انتظار را محاسبه می کنند. در بسیاری از موارد لازم است که انحراف یک توزیع را در مقایسه با انحراف توزیع دیگر بسنجیم (انحراف نسبی). در این مورد از ابزاری به نام کوواریانس استفاده می‌شود. کوواریانس ($Q_{A,B}$)، دو متغییر تصادفی را برای تغییر توام با یکدیگر اندازه‌گیری می‌کند. توزیع احتمال توام، احتمال وقوع جفت جفت مقادیر را ارایه می‌کند.

جهت تغییرات متغییر تصادفی نیز توسط کوواریانس نشان داده می‌شود. برای مثال اگر متغییر مورد بررسی بازدهی اوراق بهادار باشد، کوواریانس نشان می‌دهد که اگر بازدهی سهم A افزایش یابد، بازدهی سهم B افزایش می یابد یا کاهش؟ احتمال هم جهت بودن این تغییر توام با رابطه زیر سنجیده می‌شود:

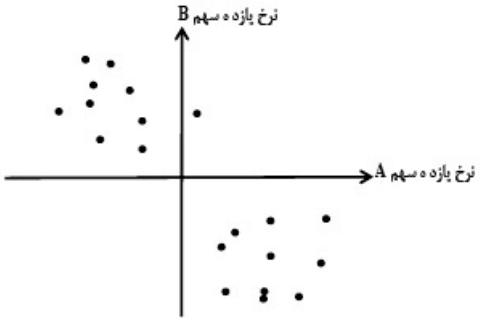
$$\sigma_{A,B} = \sum_{i=1}^{N} p_i \left(x_{A,i} - \text{Expcted value}_A\right)\left(X_{B,i} - \text{Expected value}_B\right)$$

با توجه به اینکه مشاهدات در کدام بخش از محور مختصات دوبُعدی پراکنده‌اند، رفتار کوواریانس را می‌توان حدس زد. نمودارهای زیر رفتار کوواریانس را برای بازدهی دو سهم A و B نشان می‌دهد.

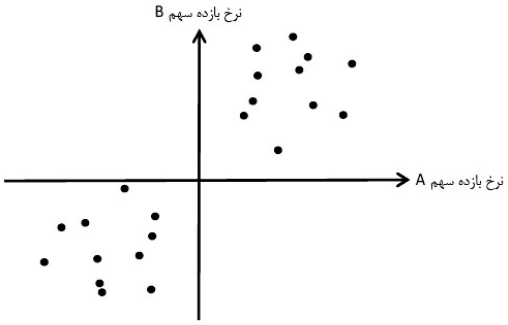
1- standard deviation
2- coefficient of variations



حالت کوواریانس صفر



حالت کوواریانس منفی



حالت کوواریانس مثبت

اعداد محاسبه شده توسط واریانس و کوواریانس برای مقایسه میزان پراکندگی توزیع‌ها در بعضی مواقع بسیار بزرگ شده و امکان مقایسه را دشوار می‌کند. اگر کوواریانس بین دو متغییر را بر حاصل ضرب انحراف معیار شان تقسیم کنیم، شاخصی با همان خواص کوواریانس اما در دامنه محدودتر (۱+ و ۱-) به دست می آید. این شاخص که ضریب همبستگی[1] نام دارد، با مرتب سازی دوباره ی کوواریانس ها، آنهارا برای زوج متغییرها استاندارد می‌کند. رابطه آن به صورتِ:

$$\rho_{A,B} = \frac{\text{کوواریانس}}{\text{حاصل ضرب انحراف دو معیار متغیر}} = \frac{\sigma_{A,B}}{\sigma_A \sigma_B}$$

ملاک اصلی میزان ارتباط بین دو متغییر (رابطه و هم خوانی آنها)، از طریق ضریب همبستگی بیان می‌شود. در جدول زیر تفاسیری از مقادیر ضریب همبستگی به عمل آمده است.

1- correlation coefficient

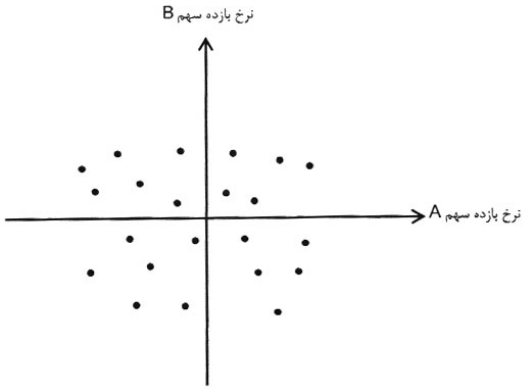
$P_{AB} = +۱$ رابطه کامل، مثبت و مستقیم بین سهم A و B وجود دارد.

$P_{AB} = ۰$ رابطه بازده دو سهم را نمی‌توان با هیچ خطی نشان داد یعنی بازده ها نا همبسته‌اند.

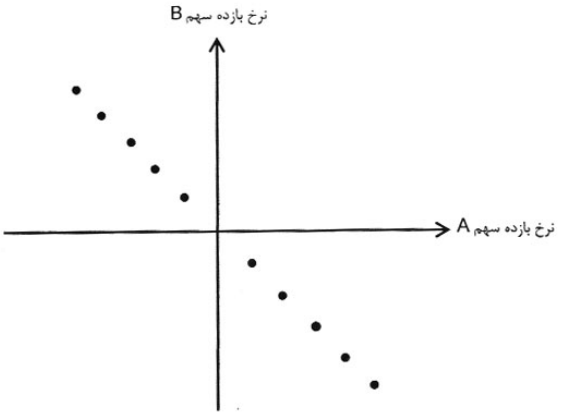
$P_{AB} = -۱$ بازده دو سهم دارای رابطه خطی کاملا معکوس با یکدیگراند.

$P_{AB} > ۰$ بازدهی سهم A و سهم B تقریبا هم جهت حرکت می‌کنند.

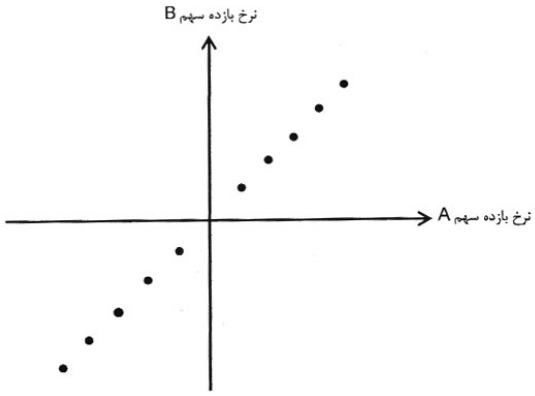
$P_{AB} < ۰$ بازدهی سهم A و سهم B تقریبا خلاف جهت حرکت می‌کنند.



حالت عدم همبستگی



حالت همبستگی کامل و منفی



حالت همبستگی کامل و مثبت

ضریب تعیین

اگر ضریب همبستگی را به توان دوم برسانیم، شاخصی دیگری به نام ضریب تعیین به دست می‌آید. ضریب تعیین یا R^2 به عنوان مهم ترین معیار خوبی برازش خط رگرسیون است. می‌توان گفت که R^2 نسبت یا درصدی از تغییر کل در متغییر وابسته را که توسط متغییر مستقل توضیح داده می‌شود، به دست می دهد.R^2، کمیتی غیر منفی است و $(۰ \leq R^{۲} \leq ۱)$.

مقدار آن به صورت زیر تفسیر می‌شود:

R^2 برابر یک نشان می‌دهد که تمام تغییرات متغییر وابسته توسط متغییر مستقل قابل توصیف است (برازش کامل) و R^2 برابر صفر نشان می‌دهد که هیچ کدام از تغییرات متغییر وابسته را نمی‌توان (از طریق خط رگرسیون مربوطه) به متغییر مستقل نسبت داد (عدم ارتباط بین متغییر وابسته و مستقل). مقادیر دیگر بین این دو حدود قرار دارند.

برای مثال $R^{۲} = ۰/۹۵$ نشان می‌دهد که ۹۵٪ از تغییرات متغییر وابسته می تواند توسط تغییرات در متغییر مستقل توضیح داده شود و ۵٪ مابقی توسط عوامل بجز متغییر مستقل توضیح داده می‌شود.

توزیع نرمال یا زنگوله‌ای

با استفاده از یک تابع یا منحنی، که توزیع ارزش ها یا مقادیر را نشان می‌دهد، می‌توان احتمالی را که بازده واقعی در یک دامنه مشخص قرار گیرد، محاسبه نمود. توزیع نرمال از جمله مهم ترین و پرکاربردترین توزیع‌های احتمال در حوزه مالی است. منحنی توزیع احتمال، یک منحنی پیوسته و متقارن بوده و در دامنه $+\infty$ تا $-\infty$ قرار دارد. از منحنی نرمال برای یافتن احتمال اینکه یک نقطه داده انتخابی (که به صورت تصادفی از بین مجموعه داده های دارای توزیع نرمال انتخاب می‌شود) در دامنه مشخصی قرار گیرد، استفاده می‌شود.

