
بسم الله الرحمن الرحيم

شرح جامع

تحلیل سازه ها ۱

«مهندسی عمران»

مولف: بهرام گراوند

انتشارات ارشد

پیشگفتار ناشر

خداوند بزرگ را شاکریم که فرصتی عنایت فرمود تا بتوانیم قدمی در جهت گسترش علم و فرهنگ کشور عزیزمان برداریم و مسیری هموار را در اختیار مخاطبان و داوطلبان علاقمند به ادامه تحصیل قرار دهیم. از آنجائی که درحوزه کتاب‌های درسی و کمک درسی کارشناسی ارشد کتاب‌های زیادی به رشته تحریر در آمده است با این حال وجود یک مجموعه جامع، دقیق، کامل و دارای رفرنس(منابع) مستند احساس می‌شود.

همیشه دغدغه داشتیم که ای کاش می‌شد تمامی منابع پراکنده و گاهاً دست نایافتنی کنکور در یک مجموعه به گونه‌ای جذاب و شیوا آماده می‌شد و همچنین سوالات دوره‌های قبل کنکور نیز به گونه‌ای تشریحی پاسخ داده می شدند، که خدشه‌ای بر آنها وارد نشود و خیال داوطلبان عزیز آنقدر آسوده باشد که اطلاعات مندرج در پاسخنامه‌ها را برای بهره‌گیری در آزمون خود بکار گیرند. این کار با یاری خداوند بزرگ و همکاری نخبه‌ترین دانشجویان و اساتید کشور در انتشارات ارشد هماهنگ گردید و در تمامی مقاطع تحصیلی از کاردانی به کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری در حوزهٔ آزمون‌های سراسری – آزاد و پیام نور بسته‌های آموزشی شامل کتاب‌های بانک سوالات و کتاب‌های شرح جامع درس آماده گردید. در تهیه مجموعه‌های فوق‌الذکر از فارغ‌التحصیلان کارشناسی ارشد و دکتری که حائز رتبه‌های تک رقمی کنکور می‌باشند، استفاده کرده‌ایم، تا شما عزیزان بتوانید در راستای افزایش توان علمی خود در جهت نیل به مقصود خویش نایل آیید. بدون تردید می‌توان گفت که برای اولین بار در نظام آموزشی کشور مجموعه‌ای به این سبک عرضه می‌شود که در کیفیت و کمیت بی‌نظیر بوده و تمامی نیازهای دانشجویان و داوطلبان عزیز را پوشش می‌دهد. امید است که استفاده از این مجموعه عزیزان را در جهت موفقیت در آزمون یاری رسانده باشد. در پایان لازم به ذکر است که بی نقصی محض از آن خداوند متعال می‌باشد، بنا براین از تمامی خوانندگان و داوطلبان عزیز خواهشمندیم نظرات سازنده خود را در مورد این کتاب به سایت انتشارات ارشد اعلام نمایند تا ما را در جهت هر چه بهتر آماده کردن این محصولات یاری رسانند.

با تشکر

ناشـــــر

www.arshadbook. ir

شاید مانند کودکی باشیم

که در کنار دریا با سنگریزه‌ها و صدفهای زیبا بازی می‌کند،

اما غافل از آنیم که دریایی بس بزرگ و اقیانوسی بی‌کران در مقابل دیدگانمان

وجود دارد که در اعماق آن اسرار عظیم و شگفت‌انگیز نهفته است.

« نیوتن»

پیشگفتار مولف

تحلیل سازه‌ها سرشار از نکات و ظرایفی است که بی‌شک این درس را در زمره‌ی جذابترین دروس ارائه شده در رشته‌ی مهندسی عمران قرار داده است. بهره‌گیری از اصول و مفاهیم بنیادی ریاضیات در کنار قابلیت‌های هندسه، درس تحلیل سازه‌ها را تبدیل به ابزاری قدرتمند جهت مدلسازی و تحلیل سازه‌های پیچیده نموده است. و مهندسین را قادر ساخته است با کسب مهارت و تسلط کامل بر این مفاهیم و استفاده از شیوه‌های ابتکاری اقدام به مدلسازی وتحلیل سازه‌های مختلف نمایند.

کتاب حاضر که تقدیم دانشجویان و خوانندگان می‌شود مطابق با برنامه‌ی درسی تحلیل سازه‌ها نگاشته شده است. در نگارش کتاب سعی بر این بوده است که برای تفهیم بهتر مطالب از مثالهای متنوعی استفاده گردد. لازم به ذکر است برای فهم مطالب این کتاب، آشنایی با دروس استاتیک و مقاومت مصالح ضروری است.

اگرچه جهت‌گیری کلی کتاب بر مبنای دانش مورد نیاز در امتحان ورودی کارشناسی ارشد انتخاب شده است، اما تأکید آن بر درک مفاهیم و تعمیق معانی و مفاهیم بوده است که هدفی والاتر و ارزشمند در این زمینه محسوب می‌گردد. از این رو علاوه بر آنکه اثر حاضر به عنوان مرجعی کامل و کم نقص به داوطلبان امتحان ورودی کارشناسی ارشد تقدیم می‌گردد، مؤکداً می‌توان آن را به عنوان منبعی آموزشی برای آموختن درس تحلیل سازه‌ها در دوره‌ی کارشناسی توصیه نمود.

جلد ۱ کتاب حاضر مشتمل بر شش فصل است که اکثر مطالب آزمون ورودی کارشناسی ارشد را پوشش می‌دهد و بقیه‌ی مطالب دنباله در جلد ۲ آورده شده است. در هر فصل مطالب به طور کامل طبقه‌بندی شده و تعداد زیادی مثال جهت درک بهتر مفاهیم ارائه گردیده است. همچنین در انتهای هر فصل به تعداد لازم مسئله چهارگزینه‌ای به همراه پاسخ تشریحی آورده شده است به طوری که این مسائل از درجه‌ی آسان تا سخت مرتب شده است تا تمامی احتیاجات علمی دانشجویان عزیز به ویژه علاقمندان به تحصیلات تکمیلی در این درس مرتفع گردد.

این کتاب زیر نظر استاد گرانقدر، پروفسور سید امیرالدین صدرنژاد که از اساتید برجسته‌ی کشورمان هستند نگارش یافته است که بر خود لازم می‌دانم به خاطر زحمت‌های بی‌دریغشان از ایشان تشکر و قدردانی نمایم.

در نگارش این کتاب از راهنمایی‌های اساتید ارجمند دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی آقایان مجید بدیعی، دکتر بهروز عسگریان، دکتر حسن قاسم زاده و دکتر نادر فنایی بهره بسیار گرفته‌ام و از این بزرگان کمال تشکر و سپاس را دارم. همچنین دوستان خوبم آقایان حسین بزرگیان(دانشجوی دکترای هیدرولیک)، بهنام سعادتی (دانشجوی دکترای سازه)، سید آرمان هاشمی منفرد (دانشجوی دکترای آب)، حسن ردایی(دانشجوی کارشناسی ارشد سازه‌های هیدرولیکی)، پژمان پاک نیت جهرمی (کارشناس ارشد سازه) و سجاد مرشدی(کارشناس ارشد سازه) این کتاب را مطالعه کردند و نکات ارزشمندی را یادآور نمودند که از زحمات این آقایان صمیمانه قدردانی می‌شود.

علی رغم کوشش فراوان مسلماً این کتاب عاری از نقص و اشتباه نبوده و از اساتید ارجمند و دانشجویان گرامی تقاضا می‌شود ما را از نقص‌ها و معایب کتاب مطلع نمایند تا در چاپهای بعدی تصحیح شود.

با سپاس

بهرام گراوند

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

پیشگفتار ناشر ۳
پیشگفتار مؤلف ۵

فصل اول: تشخیص سازه‌ها

مقدمه ۱۴
هدف از تحلیل سازه‌ها ۱۴
طبقه‌بندی سازه‌ها از لحاظ هندسی ۱۴
سازه‌های پایدار ۱۵
معادلات تعادل استاتیکی در صفحه و فضا ۱۵
انواع تکیه‌گاه‌های مورد استفاده در سازه‌ها ۱۶
بررسی تکیه‌گاه‌ها در سازه‌های فضایی ۱۹
انواع فنرها و تکیه‌گاه ایده‌آل آنها ۱۹
معادلات شرطی (CONDITION) ۲۱
درجه نامعینی استاتیکی تیرها و قاب‌ها در صفحه ۲۳
کادرهای بسته (حلقه) ۲۳
تشخیص سازه‌ها ۲۴
روش دوم باری تعیین درجه نامعینی تیرها و قاب‌ها در صفحه (روش مستقیم) ۲۹
روش سوم برای تعیین درجه نامعینی تیرها و قاب‌ها صفحه‌ای (روش درختی) ۳۰
انواع نامعینی در سازه‌ها ۳۲
نامعینی خارجی ۳۲
نامعینی داخلی ۳۲
تأثیر شرط بارگذاری قائم بر درجه نامعینی تیرها ۳۳
درجه نامعینی قاب‌های فضایی ۳۵
درجه نامعینی شبکه‌ها ۳۶
اتصالات در شبکه ۳۷
انواع ناپایداری سازه‌ها ۳۸
انواع ناپایداری خارجی ۳۸
جسم دو نیرویی ۳۹

عنوان **صفحه**

میله‌های موازی در اتصال سه جسم طلب ۳۹
خرپا ۴۶
تعیین درجه نامعینی در خرپا ۵۰
بررسی پایداری و ناپایداری خرپاها ۵۲
روابط شرطی در خرپاها ۵۶
ترکیب خرپا با قاب ۵۹
پایداری تیرهای ناپیوسته ۶۱
ترکیب تکیه‌گاه با تکیه‌گات ۶۴
ترکیب تکیه‌گاه با اتصال ۵۹

فصل دوم: تحلیل‌سازه‌های معین استاتیکی

تحلیل تیرهای معین ۹۵
روابط بین بار گسترده، نیروی برشی و لنگر خمشی ۹۵
تعیین شیب نمودار برش و خمش ۹۸
دیاگرام برش و خمش تیرهای پایه ۹۸
نقش فنرها در نمودارهای برش و خمش ۱۰۲
لنگر خمشی گسترده در تیرها ۱۰۲
نقطه عطف ۱۰۵
منحنی تغییر شکل الاستیک تیرهای معین ۱۰۷
دیاگرام برش و خمش تیرهای مورب ۱۰۹
تحلیل قابهای معین ۱۰۹
تحلیل قابهای معین ۱۱۱
تحلیل تخرپاهای معین ۱۱۵
وجود عضو صلب در سازه ۱۲۰
وجود نیروهای متمرکز در محل اتصال به جسم صلب پایدار ۱۲۱
طراحی بهینه ۱۲۵

فصل سوم: خطوط تأثیر در سازه‌های معین و نامعین

رسم خطوط تأثیر تیرهای معین با استفاده از معادلات تعادل استاتیکی ۱۶۳
ترسیم خطوط تأثیر با استفاده از اصل مولر - برسلاو (روش کار مجازی) ۱۶۳
سیستم‌های تیر و تیر کف ۱۷۴
شکل شماتیک دیاگرام‌های نیروی برشی و لنگر خمشی در یک سیستم تیر و تیر کف ۱۷۵
رسم خط تأثیر سیستم‌های تیر و تیر کف (تیرچه) ۱۷۵
رسم خط تأثیر قاب‌های معین ۱۷۸
خط تأثیر نیروی محوری اعضای خرپا ۱۷۸
خط تأثیر نیروی محوری اعضای خرپا ۱۸۱

عنوان **صفحه**

رسم خط تأثیر خرپاها با استفاده از اصل مولر – برسلاو (روش کار مجازی) ۱۸۲
خط تأثیر خرپاهایی با بال فوقانی و تحتانی موازی ۱۸۲
خط تأثیر خرپاهای شامل ریز خرپا ۱۸۶
تعیین طرح ظاهری خطوط تأثیر سازه‌های نامعین ۱۸۲
خط تأثیر قابهای چند طبقه نامعین ۱۹۱
تأثیر وجود فنرهای انتقالی و پیچشی در خطوط تأثیر ۱۹۲
کاربردهای خطوط تأثیر ۱۹۴
اعمال بار گسترده یکنواخت به طول محدود بر سازه ۱۹۹
تعیین حداکثر (قابل) یک تابع در اثر مجموعه بارهای متمرکز متحرک با فواصل ثابت ۱۹۹
نیروی برشی حداکثر مطلق تیر ساده تحت اثر سری بارهای متمرکز متحرک با فواصل ثابت ۲۰۱
حداکثر مطلق لنگر خمشی در تیر ساده تحت اثر سری بارهای متمرکز متحرک با فواصل ثابت ۲۰۱

فصل چهارم: محاسبه تغییر شکل‌های خمشی با استفاده از روش‌های هندسی

روش انتگرال‌گیری مستقیم ۲۶۳
شرایط مرزی برخی از تکیه‌گاه‌ها ۲۶۳
روش لنگر سطح ۲۶۶
قضیه اول لنگر سطح ۲۶۶
قضیه دوم لنگر سطح ۲۶۷
مساحت زیر نمودار و مرکز سطح شکل‌های کاربردی ۲۶۹
روش تیر مزدوج (تیر مضاعف) ۲۷۵
نحوه ترسیم تیر مزدوج ۲۷۵
مزدوج تکیه‌گاه‌ها و اتصالات فنری ۲۷۷
اثر نشست و چرخش تکیه‌گاهی در ترسیم تیر مزدوج ۲۸۰
روش گام به گام تیر مزدوج ۲۸۰

فصل پنجم: تحلیل سازه‌های متقارن

مقدمه ۳۱۵
انواع تقارن سازه‌ای ۳۱۵
انواع تقارن بارگذاری ۳۱۵
قضایای تقارن ۳۱۶
انواع تقارن ۳۱۶
اثر نشست تکیه‌گاهی در سازه‌های متقارن ۳۲۳
تبدیل بارگذاری دلخواه به بارگذاری متقارن ۳۲۷

فصل ششم: تغییر شکل ارتجاعی سازه‌ها و تحلیل‌سازه‌های نامعین به روش تغییر شکل‌های سازگار

مقدمه ۴۰۷

عنوان **صفحه**

اهداف محاسبه‌ی تغییر شکل‌های ارتجاعی ۴۰۷
معادله دیفرانسیل منحنی تغییر شکل ارتجاعی ۴۰۸
فرضیات معادله‌ی اویلر – برنولی ۴۰۸
تیرهای پایه ۴۰۹
اصل جمع آثار قوا در مورد تغییر شکل‌ها ۴۱۴
نقاط عطف سازه ۴۳۳
تحلیل سازه‌های نامعین به روش تغییر شکل‌های سازگار ۴۳۳
تحلیل سازه‌های نامعین در اثر نشست تکیه‌گاهی ۴۴۸
چند مثال متنوع ۴۵۳
منابع و مأخذ ۵۶۸

فصل اول

تشخیص سازه‌ها

عناوین اصلی

- هدف از تحلیل سازه‌ها
- بررسی انواع تکیه‌گاه‌های مورد استفاده در سازه‌ها
- تعیین درجه نامعین استاتیکی تیرها، قاب‌ها، شبکه‌ها و خرپاها
- بررسی پایداری و ناپایداری سازه‌ها
- روش ترکیب تکیه‌گاه‌ها و اتصالات جهت بررسی پایداری سازه‌ها

فصل اول

تشخیص سازه‌ها

مقدمه

تحلیل سازه‌ها علمی است که عمل نیروها را روی اجزاء سازه‌ها بررسی می‌کند. به عبارت دیگر تأثیر و نحوه‌ی انتقال نیروهای موثر به سازه‌ها که توسط اجزای سازه از نقاط تأثیر به تکیه‌گاه‌ها هدایت می‌گردند، توسط عملی که تحلیل سازه نامیده می‌شود، مورد بررسی و مطالعه قرار می‌گیرد.

تحلیل سازه‌ها به طور کلی شامل بررسی پایداری، تعیین واکنش‌های تکیه‌گاهی، تعیین نیروهای داخلی و محاسبه‌ی تغییرشکل‌های یک سازه می‌باشد، کار اصلی هر سازه، انتقال نیروهای موثر بر آن به نقاط تکیه‌گاهی به نحوی ایمن و اقتصادی می‌باشد. در طرح یک سازه، ملاحظات متعددی بایستی در نظر گرفته شود که از آن جمله دو هدف اصلی زیر باید تأمین گردد:

۱- سازه باید هدفی را که از آن انتظار می‌رود برآورده سازد (وظیفه).

۲- سازه باید بتواند بارهای وارده را به نحو اطمینان بخشی تحمل نماید (ایمنی).

به عنوان مثال خرپای بامی را در نظر بگیرید که مطابق شکل زیر بر روی دو ستون اتکاء دارد. آنچه که عموماً از این خرپای بام و ستون‌ها انتظار می‌رود آن است که از یک سو، وزن خود، وزن پوشش بام و بارهای ناشی از برف، زلزله و باد را تحمل کرده و از سوئی دیگر، فضایی برای اسکان یک خانواده، یک کارخانه، تولیدی و یا مواردی از این قبیل را فراهم سازد. در این کتاب، ما صرفاً به بررسی مسئله ایمنی سازه‌ها در تحمل بارهای وارد بر آنها می‌پردازیم.

هدف از تحلیل سازه‌ها

- بررسی پایداری سازه‌ها و تعیین درجه نامعینی سازه‌ها
- تعیین واکنش‌های تکیه‌گاهی با استفاده از معادلات تعادل خارجی
- تعیین نیروهای داخلی اعضای سازه
- محاسبه تغییرشکل سازه و اعضای آن

طبقه‌بندی سازه‌ها از لحاظ هندسی

۱- **سازه‌های حجمی**: سد خاکی، دیوار حائل و ... از این دسته سازه‌ها به شمار می‌روند. عامل اصلی مقاومت در این نوع سازه‌ها وزن سازه می‌باشد.

۲- **سازه‌های پوسته‌ای**: دال‌های بتنی، سد قوسی و ... از این دسته سازه‌ها به شمار می‌روند. عامل مقاومتی در این نوع سازه‌ها، شکل هندسی سازه می‌باشد.

۳- سازه‌های اسکلتی: این سازه‌ها شامل دو دسته هستند:

- **فضایی:** کلیه‌ی اعضا سازه و بارگذاری در یک صفحه نباشند.
- **صفحه‌ای:** کلیه‌ی اعضا سازه و بارگذاری در یک صفحه می‌باشند.
- عامل مقاومتی در سازه‌های اسکلتی شکل هندسی سازه و نحوه‌ی اتصال اعضا به یکدیگر می‌باشد.

سازه‌های پایدار

این سازه‌ها به دو دسته تقسیم می‌شوند:

- **معین استاتیکی (ایزواستاتیک):** به سازه‌هایی اطلاق می‌شود که بتوان با استفاده از روابط استاتیکی کلیه‌ی واکنش‌های تکیه‌گاهی و نیروهای داخلی آن را تعیین نمود.
- **نامعین استاتیکی (هیپراستاتیک):** به سازه‌هایی اطلاق می‌شود که نتوان کلیه‌ی واکنش‌های تکیه‌گاهی و نیروهای داخلی آن را با استفاده از روابط استاتیکی به دست آورد.

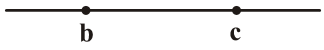
معادلات تعادل استاتیکی در صفحه و فضا

صفحه: در صفحه سه معادله تعادل استاتیکی نوشته می‌شود که عبارتند از:

۱) $\sum F_x = ۰ \quad \sum F_y = ۰ \quad \sum M_a = ۰$

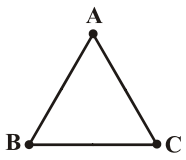
۲) $\sum F_a = ۰ \quad \sum M_b = ۰ \quad \sum M_c = ۰$

با این شرط که راستای a (راستای x یا y) بر راستای bc عمود نباشد. چون در غیر این صورت نمی‌توان یکی از مجهولات را به دست آورد.



۳) $\sum M_A = ۰ \quad \sum M_B = ۰ \quad \sum M_C = ۰$

با این شرط که A , B و C در یک راستا نباشند یا تشکیل مثلث دهند.



فضا: در فضا شش معادله تعادل استاتیکی نوشته می‌شود که عبارتند از:

۱) $\sum F_x = ۰$ ۴) $\sum M_x = ۰$

۲) $\sum F_y = ۰$ ۵) $\sum M_y = ۰$

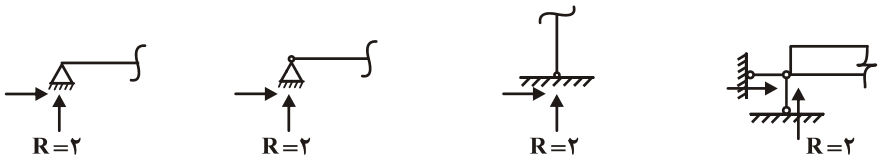
۳) $\sum F_Z = ۰$ ۶) $\sum M_Z = ۰$

انواع تکیه‌گاه‌های مورد استفاده در سازه‌ها

۱- تکیه‌گاه مفصلی

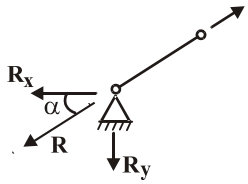
تکیه‌گاهی است که دارای دو عکس‌العمل تکیه‌گاهی بوده به طوری که در نقاطی از سازه که این نوع تکیه‌گاه وجود دارد، تغییرمکان در آن نقطه در کلیه جهت‌ها صفر است.

این تکیه‌گاه به شکل‌های زیر نشان داده می‌شود:



نکته

عکس‌العمل‌های تکیه‌گاه مفصلی مستقل از یکدیگر هستند مگر این که عضو دو نیرویی به تکیه‌گاه مفصلی متصل باشد.

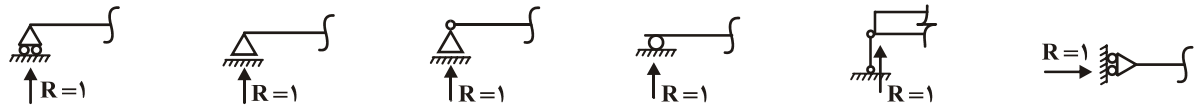


$$\tan\alpha = \frac{R_y}{R_x}$$

۲- تکیه‌گاه غلتکی

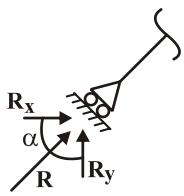
این تکیه‌گاه دارای یک عکس‌العمل می‌باشد که جهت آن در جهت تکیه‌گاه است. همچنین در نقاطی از سازه که این تکیه‌گاه وجود دارد تغییرشکل در آن نقطه در جهت نیروی تکیه‌گاهی صفر است.

تکیه‌گاه غلتکی به شکل‌های زیر نشان داده می‌شود:



نکته

تکیه‌گاه غلتکی اگر به صورت مایل باشد داریم:

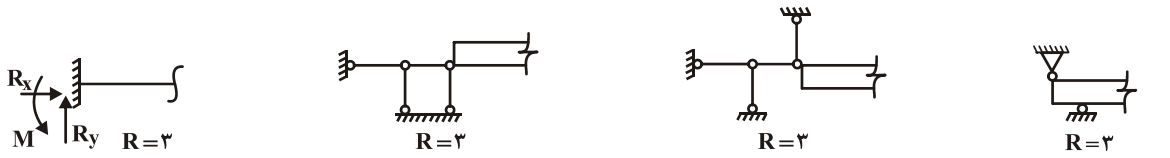


$$\tan\alpha = \frac{R_y}{R_x} \qquad R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2}$$

۳- تکیه‌گاه گیردار

این تکیه‌گاه دارای سه عکس‌العمل تکیه‌گاهی است و در کلیه نقاطی از سازه که این تکیه‌گاه قرار دارد، چرخش و تغییرمکان در همه‌ی جهت‌ها صفر می‌باشد.

این تکیه‌گاه به شکل‌های زیر نشان داده می‌شود:



$\theta = \delta_x = \delta_y = ۰$ $\theta = \delta_x = \delta_y = ۰$ $\theta = \delta_x = \delta_y = ۰$ $\theta = \delta_x = \delta_y = ۰$

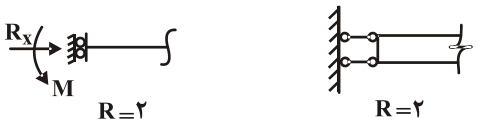
نکته

هر تکیه‌گاه گیردار تمامی شرایط را برای تعادل فراهم می‌کند.

۴- تکیه‌گاه گیردار غلتک برشی (لغزنده)

این نوع تکیه‌گاه عضو را از حرکت خطی در امتداد محورش و نیز از دوران باز می‌دارد. برش در این تکیه‌گاه صفر بوده بنابراین تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی برابر دو است.

این تکیه‌گاه به شکل‌های زیر نشان داده می‌شود:



$R_y = V = ۰$ برش $R_y = V = ۰$

نکته

در محل تکیه‌گاه گیردار غلتک برشی دوران صفر است. $(\theta = ۰)$

۵- تکیه‌گاه گیردار غلتک محوری

در این تکیه‌گاه تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی برابر دو می‌باشد. نیروی محوری در این تکیه‌گاه صفر است.

$(\theta = ۰)$

این تکیه‌گاه معمولاً به شکل‌های زیر نشان داده می‌شود:



$R = ۲$ $R = ۲$

$R_x = N = ۰$ $R_x = N = ۰$

نکته

در تکیه‌گاه گیردار غلتک محوری دوران و تغییرمکان در راستای عمود بر امتداد عضو صفر است.

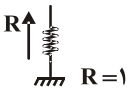
$\theta = \delta_V = 0$

۶- تکیه‌گاه فنری (ارتجاعی)

هر تکیه‌گاه فنری یک واکنش تکیه‌گاهی دارد. سختی این نوع تکیه‌گاه‌ها صد درصد نمی‌باشد و با تغییرمکان و دوران مقداری انرژی را در خود جذب می‌کنند.

انواع تکیه‌گاه فنری

فنری انتقالی:



$\delta = \frac{P}{k}$

δ: تغییرمکان فنر

k: سختی انتقالی فنر

فنری دورانی (پیچشی):



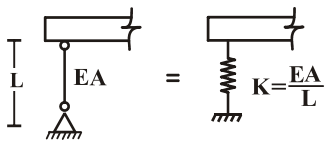
$\theta = \frac{M}{k_\theta}$

θ: زاویه دوران فنر

k_θ: سختی پیچشی فنر

نکته

تکیه‌گاه میله‌ای را می‌توان با فنری به سختی $\frac{EA}{L}$ مدلسازی کرد.



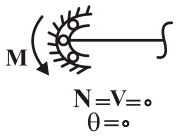
E : مدول الاستیسیته میله

A: سطح مقطع میله

۷- تکیه‌گاه غلتک برشی محوری

این نوع تکیه‌گاه یک عکس‌العمل تکیه‌گاهی دارد و نیروی برشی و محوری در این تکیه‌گاه صفر بوده و تنها قادر به انتقال لنگر است.

این تکیه‌گاه به صورت روبرو نشان داده می شود:

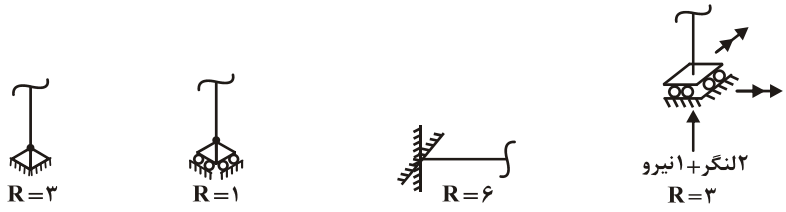


۸- تکیه‌گاه تلسکوپی

نیروی محوری این نوع تکیه‌گاه صفر است. یا به عبارت دیگر قادر به انتقال نیروی محوری نمی‌باشد. تعداد واکنش‌های تکیه‌گاهی این نوع تکیه‌گاه برابر دو می‌باشد و به شکل‌های زیر نشان داده می‌شود:

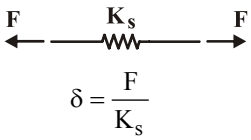


بررسی تکیه‌گاه‌ها در سازه‌های فضایی



انواع فنرها و تکیه‌گاه ایده‌آل آنها

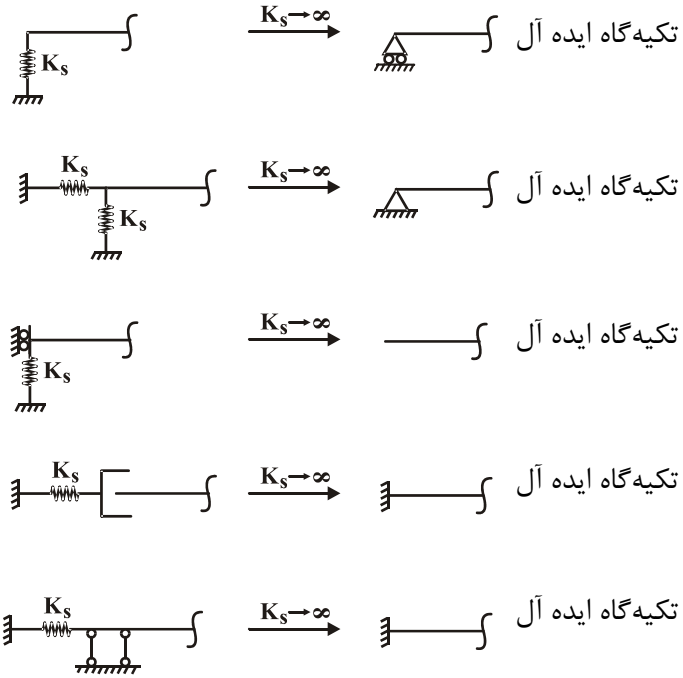
۱- فنر انتقالی:



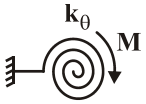
$$\delta = \frac{F}{K_s}$$

نکته

واحد سختی فنر انتقالی $\frac{N}{m}$ می‌باشد. بنابراین سختی فنر انتقالی از جنس نیروی گسترده می‌باشد (واحد نیروی گسترده $\frac{N}{m}$).



۲- فنر دورانی (پیچشی):

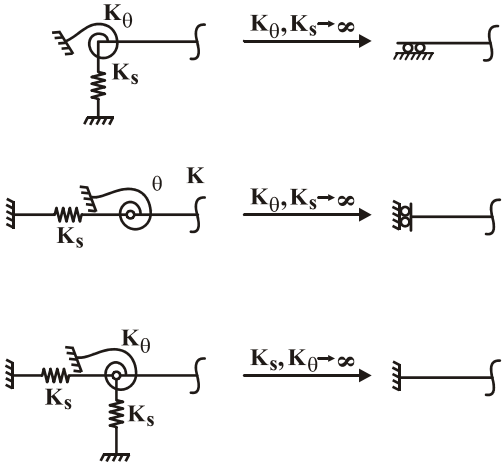


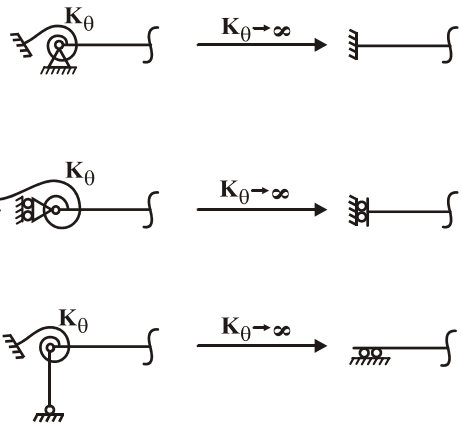
$$\theta = \frac{M}{k_\theta}$$

نکته

سختی فنر پیچشی از جنس لنگر است و در حالت کلی از جنس لنگر بر رادیان است.

اگر سختی تکیه‌گاه فنری به بینهایت میل داده شود تکیه‌گاه ایده‌آل مربوط به آن حاصل می‌شود. در زیر تکیه‌گاه ایده‌آل چند تکیه‌گاه فنری نشان داده شده است:





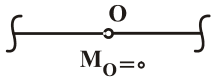
نکته

بایستی دقت شود که از این هم ارزی‌ها نمی‌توان در تحلیل یک سازه استفاده نمود چون سختی فنر و تکیه‌گاه فرق می‌کند.

محدود = K سختی فنر
نامحدود = K سختی تکیه‌گاه

معادلات شرطی (Condition)

۱- اتصال مفصل خمشی



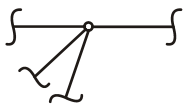
نکته

اگر m عضو در یک مفصل خمشی به هم وصل باشند، آنگاه تعداد معادلات شرطی در این عضو برابر m -۱ می‌باشد.

مثال

در شکل‌های زیر تعداد معادلات شرطی را تعیین کنید.

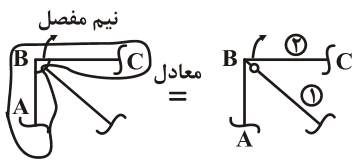
حل:



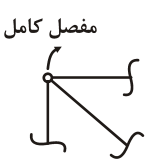
$C = m - ۱ = ۴ - ۱ = ۳$



$C = m - ۱ = ۲ - ۱ = ۱$

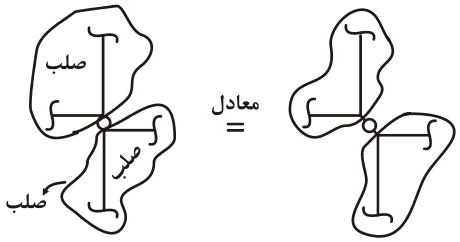


$C = ۲ - ۱ = ۱$



$C = ۳ - ۱ = ۲$

عضو ABC در گره B صلب است و یک عضو به حساب می‌آید.

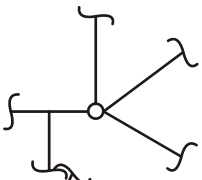


$C = ۲ - ۱ = ۱$

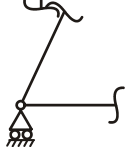
مثال

در شکل‌های زیر تعداد معادلات شرطی را تعیین کنید.

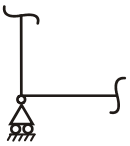
حل:



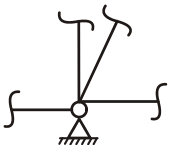
$C = ۳ - ۱ = ۲$



$C = ۲ - ۱ = ۱$



$C = ۱ - ۱ = ۰$



$C = ۲ - ۱ = ۱$

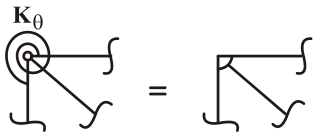
نکته

اگر فنر پیچشی در محل مفصل خمشی به دو عضو وصل شود، اتصال آن دو عضو را از اتصال مفصلی به اتصال صلب تغییر می‌دهد.

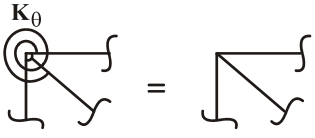
مثال

در شکل‌های زیر تعداد معادلات شرطی را تعیین کنید.

حل:



$C = ۲ - ۱ = ۱$



$C = ۱ - ۱ = ۰$

اتصال کاملاً صلب شده است و انگار مفصلی وجود ندارد.

نکات

- اعضای خمیده نیز همانند یک عضو مستقیم در نظر گرفته می‌شوند.
- با کابل‌های کششی همانند عضو دو سر مفصل رفتار می‌شود. اگر کابل تحت فشار باشد می‌توان آن را از سازه حذف کرد.

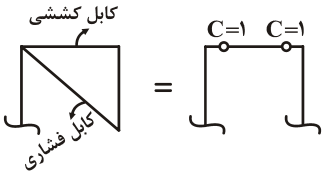
مثال

در شکل‌های زیر تعداد معادلات شرطی را تعیین کنید.

حل:



$$C = m - ۱ = ۳ - ۱ = ۲$$



$$C = ۱ + ۱ = ۲$$

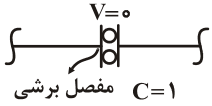
کابل فشاری از سازه حذف شده است.

نکته

می‌توان کابل کششی را از سازه حذف کرد و یک درجه به نامعینی سازه اضافه کرد. (کابل کشـشی فقـط نیـروی محوری دارد).

۲- اتصال غلتک برشی (مفصل برشی)

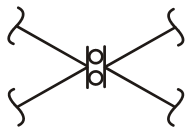
این نوع اتصال برش را انتقال نمی‌دهد و مقدار برش در محل این اتصال صفر است.



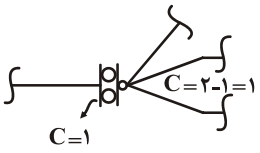
مثال

تعداد روابط شرطی را در شکل‌های زیر تعیین کنید.

حل:



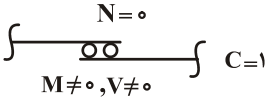
$$C = ۱$$



$$C = ۱ + ۱ = ۲$$

۳- اتصال مفصل محوری

این نوع اتصال نیروی محوری را انتقال نمی‌دهد و مقدار نیروی محوری در محل اتصال صفر است.



۴- اتصال تلسکوپی

این نوع اتصال همانند اتصال مفصل محوری، نیروی محوری را انتقال نمی‌دهد. و در محل این اتصال نیروی محوری صفر است.



۵- اتصال غلتک داخلی

در محل این اتصال نیروی محوری و لنگر خمشی صفر است.



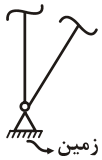
نکته

در روابط شرطی زمین را عضو به حساب نمی‌آوریم.

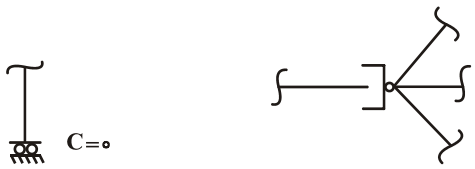
مثال

تعداد روابط شرطی را در اتصالات زیر تعیین کنید.

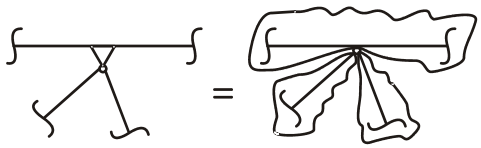
حل:



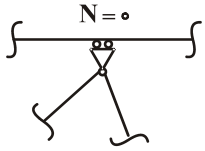
$C = ۲ - ۱ = ۱$



$C = ۱ + ۱ = ۲$



$C = ۳ - ۱ = ۲$

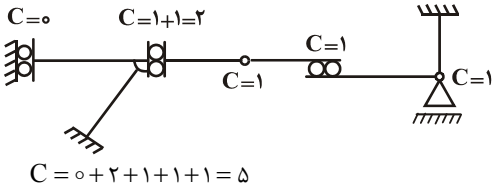


$C = ۲ + ۱ = ۳$

مثال

تعداد روابط شرطی را در سازه داده شده تعیین کنید.

حل:



$C = ۰ + ۲ + ۱ + ۱ + ۱ = ۵$

درجه نامعینی استاتیکی تیرها و قاب‌ها در صفحه

به تعداد نیروهای مجهولی که اضافه بر تعداد معادلات تعادل استاتیکی باشد را درجه نامعینی استاتیکی گویند. درجه نامعینی با D. I نشان داده می‌شود.

D.I= Degree of indeterminate

روش اول برای تعیین درجه نامعینی تیرها و قاب‌ها در صفحه (روش حلقه)

D.I = تعداد مجهولات ـ تعداد معادلات $\Rightarrow \boxed{D.I = R - (۳ + C)}$

(تعداد کادرهای بسته)۳+ تعداد واکنش‌های تکیه‌گاهی = R = تعداد مجهولات

۳+ C= تعداد روابط شرطی + معادلات تعادل خارجی = تعداد معادلات

نکته

تعداد معادلات تعادل خارجی برابر سه می‌باشد.

توجه: توصیه می‌شود که از این روش استفاده گردد.

نکته

حداقل واکنش تکیه‌گاهی لازم برای یک سازه برابر است با:

$\boxed{r = ۳ + C}$

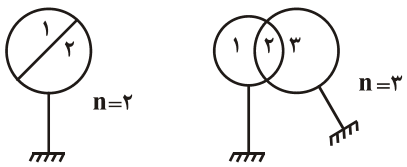
کادرهای بسته (حلقه)

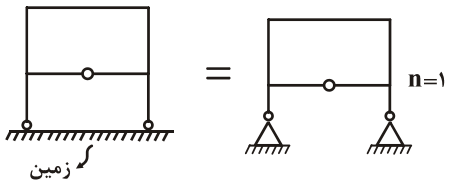
حلقه‌ها بایستی مستقل از یکدیگر باشند و هر حلقه سه درجه نامعینی داخلی ایجاد می‌کند. از این رو ضریب سه در پشت تعداد حلقه‌ها قرار داده شده است.

مثال

در سازه‌های زیر تعداد کادرهای بسته را تعیین کنید.

حل:





نکته

هنگامی که میله‌ها از روی هم رد شده باشند (به هم جوش نشده باشند) گره تشکیل نمی‌شود. جهت به دست آوردن تعداد کادرهای بسته در این حالت به صورت زیر عمل می‌شود:

روش اول: عدد تلاقی − تعداد نواحی محصور شده = تعداد کادرهای بسته

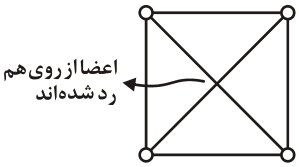
روش دوم: $M - N + ۱ =$ تعداد کادرهای بسته

M: تعداد اعضا

N: تعداد گره‌های واقعی

مثال

تعداد کادرهای بسته را در شکل زیر تعیین کنید.



حل:

روش اول:

۳ = ۱ − ۴ = تعداد کادرهای بسته

روش دوم:

۳ = ۱ + ۴ − ۶ = تعداد کادرهای بسته

نکته

هر کادر بسته فضایی دارای ۶ درجه‌ی نامعینی داخلی می‌باشد.

تشخیص سازه‌ها

- $D.I < ۰ \Leftarrow$ سازه قطعاً ناپایدار است.
- $D.I = ۰ \Leftarrow$ سازه معین است ولی ناپایداری باید جداگانه بررسی شود.
- $D.I > ۰ \Leftarrow$ سازه نامعین است ولی ناپایداری باید جداگانه بررسی شود.

نکته

سازه‌ای که معین و یا نامعین است می‌تواند پایدار یا ناپایدار باشد. بنابراین با استفاده از روش‌هایی که بعداً ارائه می‌شود پایداری و ناپایداری باید به صورت جداگانه بررسی شود.

مثال

درجه نامعینی سازه زیر را تعیین کنید.

حل:



$D.I = \text{تعداد مجهولات} - \text{تعداد معادلات} = R-(C+۳)$

تعداد مجهولات = (تعداد کادرهای بسته) ۳+ واکنش‌های تکیه‌گاهی

$R=(۳+۱)+۳(۰)=۴$

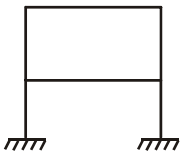
$C=۰$

$D.I=۴-۳=۱$ نامعین است.

مثال

درجه نامعینی قاب زیر را تعیین کنید.

حل:



$R=۶+۳\times۱=۹$

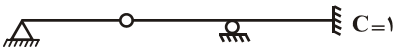
$C=۰$

$D.I=۹-۳=۶$ نامعین است.

مثال

درجه نامعینی سازه‌ی زیر را تعیین کنید.

حل:



$R=۲+۱+۳=۶$

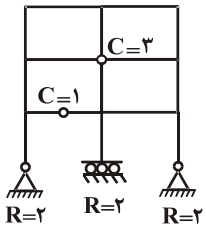
$C=۱$

$D.I=۶-۴=۲$ نامعین است.

مثال

درجه نامعینی سازه زیر را تعیین کنید.

حل:



$R=۶+۳\times۴=۱۸$

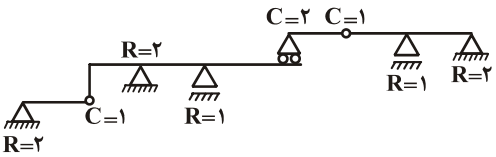
$C=۴$

$D.I=۱۸-۷=۱۱$ نامعین است.

مثال

درجه نامعینی سازه زیر را تعیین کنید.

حل:



$R=۸+۳\times۰=۸$

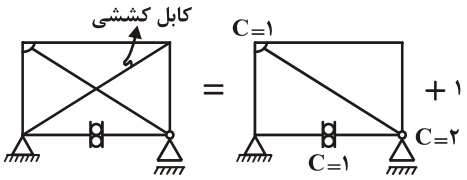
$C=۴$

$D.I=۸-۷=۱$ نامعین است.

مثال

درجه نامعینی سازه زیر را تعیین کنید.

حل:



کابل کششی از سازه حذف شده است بنابراین یک درجه به نامعینی آن اضافه می‌شود.

$R = ۳ + ۳ \times ۲ = ۹$

$C = ۴$

$D.I = (۹ - ۷) + ۱ = ۳$ نامعین است.

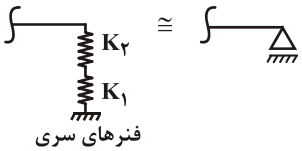
مثال

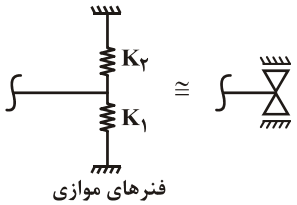
اگر در یک سازه که تمام حلقه‌های آن بسته است ۴۰ عضو و ۳۰ گره موجود باشد، تعداد حلقه‌های مستقل موجود در این سازه چند است؟

$n = M - N + ۱ = ۴۰ - ۳۰ + ۱ = ۱۱$ تعداد حلقه‌های بسته

نکته

تکیه‌گاه ایده‌آل فنرهای سری و موازی به صورت زیر می‌باشد:

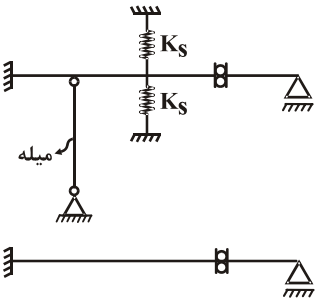




مثال

درجه نامعینی سازه زیر را تعیین کنید.

حل: میله و فنرها را حذف کرده و ۳ درجه به درجه نامعینی سازه اضافه می‌کنیم.



$D.I = ۴ - (۳ + ۱) + ۳ = ۳$ نامعین است.

نکته

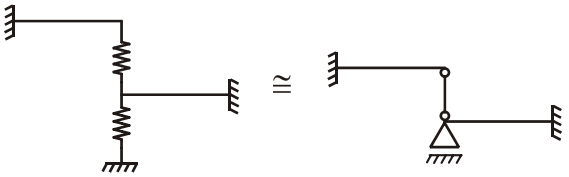
فنر انتقالی را می‌توان با میله دو سر مفصل مدل کرد.

مثال

درجه نامعینی سازه زیر را تعیین کنید.

حل:

روش اول:

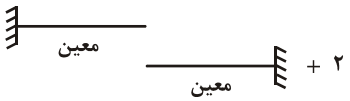


$R = ۳ + ۳ + ۱ = ۷$

$C = ۲$

$D.I = ۷ - ۵ = ۲$ نامعین است.

روش دوم: فنرهای انتقالی را حذف کرده و دو درجه به نامعینی سازه اضافه می‌کنیم.

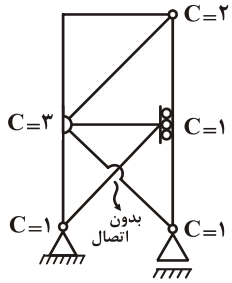


$D.I = ۰ + ۰ + ۲ = ۲$

مثال

درجه نامعینی قاب مسطح زیر را تعیین کنید.

حل:



تعداد کادرهای بسته $= ۵ - ۱ = ۴$

$R = ۳ + ۳ \times ۴ = ۱۵$

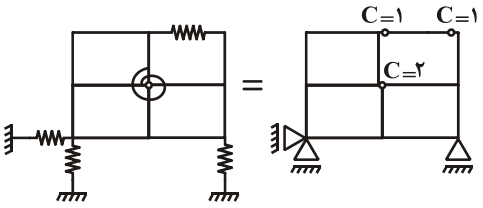
$C = ۸$

$D.I = ۱۵ - ۱۱ = ۴$ نامعین است.

مثال

درجه نامعینی سازه‌ی مقابل را تعیین کنید.

حل:



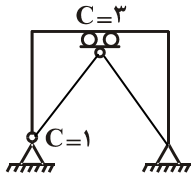
$R = ۳ + ۳ \times ۴ = ۱۵$

$C = ۴$

$D.I = ۱۵ - ۷ = ۸$ نامعین است.

مثال

تعداد درجات نامعینی سازه زیر را تعیین کنید.



حل:

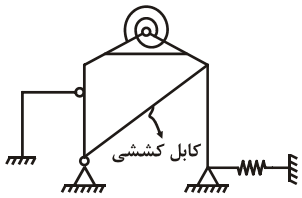
$R = ۴ + ۳ \times ۲ = ۱۰$

$C = ۳ + ۱ = ۴$

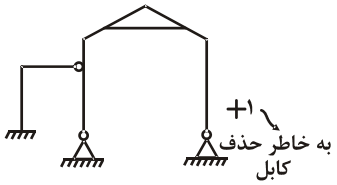
$D.I = R - (۳ + C) = ۱۰ - ۷ = ۳$ نامعین است.

مثال

تعداد درجات نامعینی قاب صفحه‌ای زیر را تعیین کنید.



حل: تکیه‌گاه درمحل فنر انتقالی هیچ تغییرمکانی ندارد پس نیروی فنر همیشه صفر است و وجود فنر مجهولی بـه مجهـولات اضافه نمی‌کند.



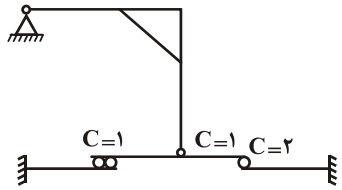
$R = ۱۰$

$C = ۱$

$D.I = ۱۰ - (۳ + ۱) + ۱ = ۷$ نامعین است.

مثال

درجه نامعینی سازه مقابل را تعیین کنید.



حل:

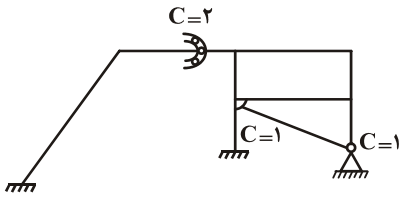
$R = ۸ + ۳ \times ۱ = ۱۱$

$C = ۴$

$D.I = ۱۱ - (۳ + ۴) = ۴$ نامعین است.

مثال

درجه نامعینی سازه مقابل را تعیین کنید.



حل:

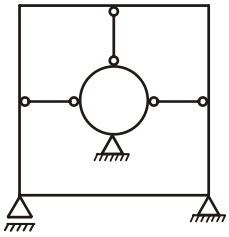
$R = ۸ + ۳ \times ۲ = ۱۴$

$C = ۴$

$D.I = ۱۴ - (۳ + ۴) = ۷$ نامعین است.

مثال

درجه نامعینی سازه مقابل قاب زیر را تعیین کنید.



حل:

$R = ۵ + ۳ \times ۴ = ۱۷$

$C = ۶$

$D.I = ۱۷ - (۳ + ۶) = ۸$ نامعین است.