
بسم الله الرحمن الرحيم

شرح جامع

مکانیک سیالات

«مهندسی عمران»

مولف: مهدی حیدری

انتشارات ارشد

پیشگفتار ناشر

خداوند بزرگ را شاکریم که فرصتی عنایت فرمود تا بتوانیم قدمی در جهت گسترش علم و فرهنگ کشور عزیزمان برداریم و مسیری هموار را در اختیار مخاطبان و داوطلبان علاقمند به ادامه تحصیل قرار دهیم. از آنجائی که درحوزه کتاب‌های درسی و کمک درسی کارشناسی ارشد کتاب‌های زیادی به رشته تحریر در آمده است با این حال وجود یک مجموعه جامع، دقیق، کامل و دارای رفرنس(منابع) مستند احساس می‌شود.

همیشه دغدغه داشتیم که ای کاش می‌شد تمامی منابع پراکنده و گاهاً دست نایافتنی کنکور در یک مجموعه به گونه‌ای جذاب و شیوا آماده می‌شد و همچنین سوالات دوره‌های قبل کنکور نیز به گونه‌ای تشریحی پاسخ داده می شدند، که خدشه‌ای بر آنها وارد نشود و خیال داوطلبان عزیز آنقدر آسوده باشد که اطلاعات مندرج در پاسخنامه‌ها را برای بهره‌گیری در آزمون خود بکار گیرند. این کار با یاری خداوند بزرگ و همکاری نخبه‌ترین دانشجویان و اساتید کشور در انتشارات ارشد هماهنگ گردید و در تمامی مقاطع تحصیلی از کاردانی به کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری در حوزهٔ آزمون‌های سراسری – آزاد و پیام نور بسته‌های آموزشی شامل کتاب‌های بانک سوالات و کتاب‌های شرح جامع درس آماده گردید. در تهیه مجموعه‌های فوق‌الذکر از فارغ‌التحصیلان کارشناسی ارشد و دکتری که حائز رتبه‌های تک رقمی کنکور می‌باشند، استفاده کرده‌ایم، تا شما عزیزان بتوانید در راستای افزایش توان علمی خود در جهت نیل به مقصود خویش نایل آیید. بدون تردید می‌توان گفت که برای اولین بار در نظام آموزشی کشور مجموعه‌ای به این سبک عرضه می‌شود که در کیفیت و کمیت بی‌نظیر بوده و تمامی نیازهای دانشجویان داوطلبان عزیز را پوشش داده است. امید است که استفاده از این مجموعه عزیزان را در جهت موفقیت در آزمون یاری رسانده باشد. در پایان لازم به ذکر است که بی نقصی محض از آن خداوند متعال می‌باشد، بنا براین از تمامی خوانندگان و داوطلبان عزیز خواهشمندیم نظرات سازنده خود را در مورد این کتاب به سایت انتشارات ارشد اعلام نمایند تا ما را در جهت هر چه بهتر آماده کردن این محصولات یاری رسانند.

با تشکر

ناشـــــر

www.arshadbook. ir

پیشگفتار مولف

تجربه سالها تحصیل و تدریس ثابت کرده است که بهترین شیوه آموزش و انتقال مباحث متعدد به کمک حل مسائل مختلف امکانپذیر است که شیوه‌ای است که در این کتاب رعایت شده است.

کتاب حاضر به ضرورت وجود این درس در آزمون کارشناسی ارشد بر اساس سرفصلهای تعیین شده شورای عالی انقلاب فرهنگی تهیه و طبعاً به طور ساختاری به منظور پاسخگویی به این نیاز طراحی شده است و از ورود به مسائل و جداول که سبب افزایش حجم کتاب می‌گردد خودداری شده است، ولیکن در عین حال تلاش شده تا کتابی کامل برای پاسخگویی به سؤالات آزمون کارشناسی ارشد باشد.

مباحث مختلف مکانیک سیالات در ۶ فصل اصلی گنجانده شده است که در انتهای هر مبحث به تناسب چندین مثال عددی ارائه تا دانشجو با حل و تحلیل آنها نسبت به آن مبحث تسلط پیدا کند و در انتها هر فصل مجموعه تستهای منتخب آزمون کارشناسی ارشد در سالهای گذشته عمران (قبل از سال ۷۷)، مکانیک و شیمی ارائه گردیده است.

در انتها از تمام عزیزان که به هر شکل مؤلف را مورد لطف قرار دادند به خصوص مدیریت محترم انتشارات ارشد و همکارانشان تشکر می‌نمایم. به امید آنکه این کتاب بتواند در فراگیری درس مکانیک سیالات نقش مؤثری برای دانشجویان ایفا کند و با مطالعه کتاب کاستی‌های احتمالی آن را به مؤلف گوشزد فرمایند.

مهدی حیدری
me4-Heidari@yahoo.com

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول: خواص سیالات

۱-۱- ابعاد و واحدها ۹
۱-۲- مفهوم سیال ۱۰
۱-۳- جرم مخصوص (ρ) ۱۰
۱-۴- وزن مخصوص (γ) ۱۰
۱-۵- چگالی (وزن مخصوص نسبی و یا جرم مخصوص نسبی) ۱۰
۱-۶- تراکم پذیری سیالات ۱۱
۱-۷- لزجت و یا ویسکوزیته ۱۲
۱-۸- کشش سطحی ۲۲
۱-۱۰- فشار بخار (p_v) ۲۳

فصل دوم: استاتیک سیالات

۲-۱- مفهوم فشار ۳۴
۲-۱-۲- مقیاس های اندازه گیری فشار ۳۵
۲-۱-۳- وسایل اندازه گیری فشار ۳۵
۲-۲- نیروی وارد بر سطوح ۳۹
۲-۲-۱- نیروی وارد بر سطوح مسطح ۳۹
۲-۲-۲- منشور فشار ۳۹
۲-۲-۲- نیروی وارد بر سطوح منحنی ۴۹
۲-۲-۳- نیروی وارد بر سدها ۵۸
۲-۲-۴- تنش کشی در لوله و پوسته کروی [۳] ۶۰
۲-۳- نیروی شناوری (نیروی سبک کننده در اجسام شناور و غوطه ور) ۶۱
۲-۴- تعادل نسبی مایعات (اثر شتاب بر حرکت سیالات) ۶۷
۲-۴-۱- حرکت مستقیم ۶۷
۲-۴-۲- حرکت دورانی یکنواخت ۷۰

فصل سوم: سینماتیک سیالات

۳-۱- دیدگاههای بررس جریانات ۸۵
۳-۲- انواع جریانات ۸۵
۳-۳- انواع خطوط حرکت جریان ۸۶
۳-۴- روشهای تحلیل مسائل مکانیک ۸۷
۳-۵- معادله پیوستگی ۸۹

عنوان **صفحه**

۳-۶- سرعت و شتاب در سیالات ۹۱
۳-۷- جریان غیر چرخشی ۹۳
۳-۸- پتانسیل سرعت ۹۵
۳-۹- تابع جریان ۹۶

فصل چهارم: دینامیک سیالات

۴-۱ معادله اولر ۱۰۵
۴-۱-۱ معادله برنولی ۱۰۶
۴-۱-۲- ضریب تصحیح انرژی ۱۱۳
۴-۱-۳ کاربرد معادله برنولی ۱۱۴
۴-۱-۳-۱ حرکت سیال از دریچه لبه تیز ۱۱۴
۴-۱-۳-۲ مدت زمان تخلیه یک مخزن ۱۱۶
۴-۱-۳-۳ ونتوی متر ۱۱۷
۴-۱-۳-۴ لوله پتیوت ۱۱۷
۴-۲ معادله اندازه حرکت ۱۱۸
۴-۲-۱- نیروهای وارد بر پره های متحرک ۱۲۵
۴-۲-۲- ضریب تصحیح اندازه حرکت ۱۲۸
۴-۲-۳- معادله گشتاور مومنتم ۱۲۹

فصل پنجم: تجزیه و تحلیل ابعادی و تشابه بین مدل و نمونه

۵-۱- کمیتهای فیزیکی در مکانیک سیالات ۱۳۹
۵-۲- اصل تجانس ابعادی ۱۴۰
۵-۳- قضیه باکینگهام (قضیه π) ۱۴۱
۵-۴- نیروهای مهم در مکانیک سیالات ۱۴۴
۵ -۵ تشابه هیدرولیکی و مطالعه مدلها ۱۴۶
۵ — ۵ — ۱ — تشابه هندسی ۱۴۶
۵ — ۵ — ۲ - تشابه سینماتیکی ۱۴۷
۵ — ۵ — ۳ تشابه دینامیکی ۱۴۷

فصل ششم: حرکت سیالات تراکم ناپذیر در لوله ها

۶-۱- جریان آرام و آشفته ۱۵۷
۶-۲- شرایط ورود سیال به لوله ۱۵۸
۶-۳- جریان آرام تراکم ناپذیر دائمی بین صفحات موازی ۱۵۹
۶-۴- جریان آرام و تراکم ناپذیر در لوله ها ۱۶۴
۶-۵- افت انرژی (h_f) ۱۶۷
۶-۵-۱- افت اصطکاکی (h_l) ۱۶۸
۶-۵-۲- افت موضعی (h_e) ۱۷۱
۶-۵-۳- حل مسائل جریان در لوله ۱۷۱
۶-۵-۳- افت انرژی در خطوط لوله ۱۷۴
۶-۶- توزیع تنش برشی در لوله ۱۷۵

فصل اول

خواص سیالات

عناوین اصلی

- ابعاد و واحدها
- مفهوم سیال
- جرم مخصوص (ρ)
- وزن مخصوص (γ)
- چگالی (وزن مخصوص نسبی و یا جرم مخصوص نسبی)
- تراکم پذیری سیالات
- لزجت و یا ویسکوزیته
- کشش سطحی
- موئینگی
- فشار بخار (p_v)

فصل اول

خواص سیالات

۱-۱- ابعاد و واحدها

بعد یا دیمانسیون، مشخصه کمیت یک متغیر فیزیکی است و وسیله بیان این کمیت به صورت عدد می‌باشد، به عنوان مثال بعد طول بیانگر متغیرهائی از قبیل مسافت، جابجائی، ارتفاع و ... می‌باشد. در مکانیک سیالات فقط چهار بعد طول (L)، جرم (M)، زمان (T) و درجه حرارت (θ) جزء بعدهای اصلی و سایر کمیتها ترکیبی از این چهار بعد می‌باشند. به عنوان مثال سرعت تابعی از دو کمیت اصلی طول و زمان است.

$$V = f(L, T)$$

در حال حاضر برای اندازه گیری کمیتهای فیزیکی، سیستم بین المللی واحدها SI، سیستم آحاد انگلیسی (BG) و سیستم Cgs و .... وجود دارد.

در جدول (۱-۱) بعدهای مهم در سیستمهای مختلف نشان داده شده است.

جدول (۱-۱)- ابعاد مهم در مکانیک سیالات[۱]

ابعاد	SI	BG	Cgs
جرم (M)	کیلوگرم (kg)	اسلاگ (slug)	گرم (gr)
طول (L)	متر (m)	فوت (ft)	سانتی متر (cm)
زمان (T)	ثانیه (s)	ثانیه (s)	ثانیه (s)
نیرو (F)	نیوتن (N)	پوند (Lb)	داین (dyne)
انرژی (W)	ژول ($1j = 1N.m$)	(ft – Lb)	ارگ (۱ A =۱ dyne .cm)
فشار (P)	پاسکال ($1pa = 1\frac{N}{m^2}$)	$(\frac{Lb}{ft^2})$	باری ($1bare = 1\frac{dyne}{cm^2}$)

برخی پسوندها یا پیشوندها در سیستم SI در جدول (۲-۱) آورده شده است.

۱- جدول تبدیل واحدها در پیوست شماره (۱) قرار گرفته است.

جدول (۲-۱)- برخی پسوندها یا پیشوندها در سیستم SI

ضریب	پیشوند	نشانه
$۱۰^{۹}$	گیگا giga	G
$۱۰^{۶}$	مگا mega	M
$۱۰^{۳}$	کیلو kilo	K
$۱۰^{-۲}$	سانتی centi	C
$۱۰^{-۳}$	میلی mili	M
$۱۰^{-۶}$	میکرو micro	μ
$۱۰^{-۹}$	نانو nano	η
$۱۰^{-۱۲}$	پیکو pico	P

۱-۲- مفهوم سیال

از نقطه نظر مکانیک سیالات، تمام مواد، جامد و یا سیال می‌باشند، تفاوت این دو در نحوه واکنش آنها نسبت به تنش برشی است. حجم جامد در برابرتنش برشی مقاومت می‌کند و لیکن سیالات هیچگونه مقاومت برشی نداشته و تحت تأثیر کوچکترین تنش برشی جاری می‌شوند.

۱-۳- جرم مخصوص (ρ)

جرم مخصوص، عبارت است از مقدار جرم در واحد حجم سیال و آنرا با (ρ) نشان می‌دهند.

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (۱-۱)$$

۱-۴- وزن مخصوص (γ)

وزن مخصوص، عبارت است از مقدار وزن در واحد حجم سیال و آنرا با (γ) نشان می‌دهند.

$$\gamma = \frac{W}{V} \xrightarrow{w=mg} \gamma = \frac{mg}{V} \rightarrow \gamma = \rho g \qquad (۱-۲)$$

۱-۵- چگالی (وزن مخصوص نسبی و یا جرم مخصوص نسبی)

چگالی، عبارت است از نسبت وزن مخصوص و یا جرم مخصوص سیال به وزن مخصوص یا جرم مخصوص آب ۴ درجه سانتیگراد و آنرا با (s) نشان می‌دهند.

$$s = \frac{\text{وزن مخصوص سیال}}{\text{وزن مخصوص آب ۴ درجه}} = \frac{\text{جرم مخصوص سیال}}{\text{جرم مخصوص آب ۴ درجه}} \qquad (۱-۳)$$

نکته: مقادیر s,γ,ρ متناسب با تعداد مولکولها در واحد حجم می‌باشد، بطوریکه با افزایش درجه حرارت تعداد مولکولها در واحد حجم کم شده و در نتیجه چگالی، جرم مخصوص و وزن مخصوص کاهش می‌یابد و با افزایش فشار، فاصله مولکولها کم شده بنابراین تعداد مولکولها در واحد حجم زیاد و در نهایت s,γ,ρ افزایش می‌یابد.

مثال

حجم قطعه سنگی (m^3) ۰/۰۰۷۳ **می‌باشد در صورتیکه وزن آن توسط یک ترازو در محلی که شتاب جاذبه آن** $(\frac{m}{s^2})$ ۸ **می‌باشد اندازه گیری شود مقدار** (N) ۲۰۰ **را نشان می‌دهد، مطلوبست محاسبه جرم و چگالی سنگ؟**

$$W = ۲۰۰(N) \rightarrow \gamma = \frac{W}{V} = \frac{۲۰۰}{۰/۰۰۷۳} = ۲۷۳۹۷(\frac{N}{m^3})$$

$$s = \frac{\gamma}{\gamma_w} \rightarrow s = \frac{۲۷۳۲۷}{۹۸۱۰} = ۲/۷۹$$

$$\gamma = \rho g \xrightarrow{g=۸(\frac{m}{s^2})} \rho = ۳۴۲۴(\frac{kg}{m^3})$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = ۲۵\ (kg)$$

۱-۶- تراکم پذیری سیالات

تمام سیالات در اثر اعمال فشار تغییر حجم داده و متراکم می‌شوند و بمحض برطرف شدن فشار به حالت اولیه خود برمی‌گردند، که اصطلاحا به این خاصیت ضریب الاستیسیته یا مدول ارتجاعی گفته می‌شود و آنرا با E نشان می‌دهند.

$$E = -\frac{dp}{\frac{dV}{V}} \qquad (۴-۱)$$

که در آن:

dp : تغییرات فشار $(p_۲ - p_۱)$

V : حجم اولیه $(V_۱)$

dV : تغییرات حجم $(V_۲ - V_۱)$

E : ضریب الاستیسیته یا ضریب ارتجاعی

نکته: ۱- در صورتیکه در اثر اعمال فشار تغییر حجم کم باشد سیال را تراکم ناپذیر فرض می‌کنیم

۲- ضریب تراکم پذیری سیالات عکس ضریب الاستیسیته می‌باشد. $(\beta = \frac{۱}{E})$

۳- ضریب الاستیسیته سیالات با ازدیاد درجه حرارت و فشار، کمی‌افزایش می‌یابد.

مثال

رابطه مدول الاستیسیته حجمی را براساس تغییرات جرم مخصوص پیدا کنید؟

$$\rho V = m \rightarrow d(\rho V) = d(m)$$

جرم سیال تغییر نمی‌کند. $d(m) = ۰ \rightarrow V d\rho + \rho dV = ۰ \rightarrow \frac{dV}{V} = \frac{-d\rho}{\rho}$

$$E = \frac{-dp}{\frac{dV}{V}} \rightarrow E = \frac{dp}{\frac{d\rho}{\rho}}$$

مثال

مدول ارتجاعی آب (Gpa) ۲/۲ **است، چه فشاری لازم است تا حجم آن** ۰/۵ **درصد کاهش می‌یابد.**

$$E = -\frac{dp}{\frac{dV}{V}} \rightarrow \Delta p = -E\frac{dV}{V} = -۲/۲\times۱۰^۹ \times \frac{-۰/۵V}{۱۰۰V} = ۱/۱\times۱۰^۷(pa) = ۱۱(Mpa)$$

مثال

یک مخزن فولادی محتوی ۴۵۰ (kg) آب با $\rho = ۱۰۰۰(\frac{kg}{m^۳})$ در فشار استاندارد ۱۰۱/۳(kP) می‌باشد. چند کیلوگرم آب باید به مخزن اضافه شود تا فشار آن به ۷۰(Mpa) برسد، ضریب الاستیسیته آب ۲/۰۶(Gpa) است و می‌دانیم که وقتی فشار داخلی مخزن تا ۷۰(Mpa) افزایش یابد حجم داخلی، ۱ درصد افزایش می‌یابد.

$$E = \frac{\Delta p}{\frac{\Delta \rho}{\rho_۱}} \rightarrow ۲/۰۶\times ۱۰^۹ = \frac{(۷۰\times ۱۰^۶ - ۱۰۱/۳\times ۱۰^۳)}{\frac{\Delta \rho}{۱۰۰۰}} \rightarrow \Delta \rho = ۳۳/۹۸(\frac{kg}{m^۳})$$

$$\Delta \rho = \rho_۲ - \rho_۱ \rightarrow ۳۹/۹۸ = \rho_۲ - ۱۰۰۰ \rightarrow \rho_۲ = ۱۰۳۳/۹۸\ (\frac{kg}{m^۳})$$

$$\rho_۱ = \frac{m_۱}{V_۱} \rightarrow V_۱ = \frac{۴۵۰}{۱۰۰۰} = ۰/۴۵(m^۳)$$

$$V_۲ = V_۱ + ۰/۰۱V_۱ = ۱/۰۱\ V_۱ \rightarrow V_۲ = ۰/۴۵۴۵(m^۳)$$

$$\rho_۲ = \frac{m_۲}{V_۲} \rightarrow m_۲ = ۴۹۶/۹۴\ (kg) \rightarrow \Delta m = m_۲ - m_۱$$

$$\Delta m = ۱۹/۹۴\ (kg)$$

مثال

در عمق x از اقیانوس فشار ۸۰(Mpa) است، فرض کنید وزن مخصوص در سطح $۱۰(\frac{KN}{m^۳})$ و ضریب الاستیسیته متوسط ۲/۳۴(Gpa) است، وزن مخصوص در عمق x را محاسبه نمایید.

$$\gamma_۱ = ۱۰(\frac{KN}{m^۳}) \rightarrow \gamma_۱ = \rho_۱ g \rightarrow \rho_۱ = ۱۰۰۰(\frac{kg}{m^۳})$$

$$E = \frac{dp}{\frac{d\rho}{\rho}} \rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho_۱} = ۰/۰۳۴(\frac{kg}{m^۳}) \rightarrow \Delta \rho = ۳۴(\frac{kg}{m^۳})$$

$$\Delta \rho = \rho_۲ - \rho_۱ \rightarrow \rho_۲ = ۱۰۳۴\ (\frac{kg}{m^۳})$$

$$\gamma_۲ = \rho_۲ g \rightarrow \gamma_۲ = (۱۰۳۴)(۹/۸۱) = ۱۰۱۴۳/۵(\frac{N}{m^۳})$$

۱-۷- لزجت و یا ویسکوزیته

مقاومت سیال در برابر تنش برشی، لزجت گفته می‌شود. مطابق شکل (۱-۱) فضای بین دو صفحه بزرگ و موازی به فاصله کوچک توسط سیالی پر شده، اگر صفحه بالائی تحت تأثیر نیروی F با سرعت ثابت u به حرکت درآید، تنش برشی ایجاد شده $(\tau = \frac{F}{A})$ سبب حرکت سیال بین دو صفحه می‌شود.

بررسی ها نشان می‌دهد با ثابت نگه داشتن سایر پارامترهای دخیل و فرض آنکه تنها عامل حرکت، نیروی F وارد به صفحه فوقانی و مقادیر u و b کوچک باشد، نیروی F با A و u نسبت مستقیم و با b تناسب معکوس دارد بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{F}{A} \propto \frac{u}{b} \rightarrow \tau \propto \frac{u}{b}$$

نسبت $\frac{u}{b}$، نرخ سرعت زاویه‌ای و یا تغییر شکل زاویه‌ای گفته می‌شود و می‌توان آنرا بصورت گرادیان سرعت $(\frac{du}{dy})$ نشان داد.

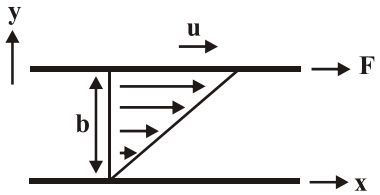
$$\tau \propto \frac{du}{dy}$$

$\frac{du}{dy}$: نرخ حرکت یک لایه سیال نسبت به لایه مجاور آن است.

با فرض آنکه τ با $\frac{du}{dy}$ رابطه خطی با ضریب تناسب μ داشته باشد خواهیم داشت:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \qquad (۵-۱)$$

معادله فوق به قانون لزجت نیوتنی معروف است و μ را لزجت و یا ویسکوزیته سیال می‌گویند، آزمایشات نشان می‌دهد که کلیه گازها و اغلب سیالات نظیر آب، هوا، بنزین سیال نیوتنی بوده و حرکت آنها از معادله (۱-۵) پیروی می‌کند.



شکل (۱-۱) تغییر شکل ناشی از اعمال نیروی برشی

تقسیم‌بندی سیالات براساس ضریب لزجت:

۱- سیال نیوتنی ← لزجت سیال ثابت، بنابراین τ و $\frac{du}{dy}$ رابطه خطی دارند.

۲- سیال غیرنیوتنی ←لزجت سیال متغیر، بنابراین τ و $\frac{du}{dy}$ رابطه غیرخطی دارند.

۳- سیال ایده‌آل ← لزجت سیال صفر، بنابراین تنش برشی علی‌رغم حرکت سیال همواره صفر می‌باشد.

اثر درجه حرارت بر ضریب لزجت سیالات

- گازها← منشاء لزجت مومنتوم بین مولکولی (فعالیت مولکولی) می‌باشد← افزایش درجه حرارت ($T \uparrow$) سبب افزایش مومنتوم بین مولکولی و در نتیجه افزایش لزجت ($\mu \uparrow$) می‌گردد.
- مایعات ← منشاء لزجت نیروی جاذبه بین مولکولی می‌باشد. ← افزایش درجه حرارت ($T \uparrow$) سبب کاهش نیروی جاذبه بین مولکولی و در نتیجه کاهش لزجت ($\mu \uparrow$) می‌گردد.

نکته: در فشارهای معمولی، لزجت سیال مستقل از فشار و در فشارهای بسیار بالا، نحوه تغییرات لزجت با تغییرات فشار نامنظم است.

براساس قانون تجانس ابعادی، بعد لزجت (μ) برابر $ML^{-1}T^{-1}$ و یا FTL^{-2} می‌باشد که واحد آن در سیستم SI، $\frac{N.s}{m^2}$ و یا (pa.s) می‌باشد و در سیستم (cgs)، $(\frac{dyne.s}{cm^2})$ که اصطلاحاً «پواز» خوانده می‌شود بنابراین براساس تبدیل واحد خواهیم داشت:

$$1(poise) = 0/1(\frac{N.s}{m^2})$$

در روابط بسیار زیادی نسبت $(\frac{\mu}{\rho})$ مشاهده می‌شود که برای راحتی بیشتر این نسبت به «ضریب لزجت سینماتیک» نامیده و آنرا با (ν) نشان می‌دهیم[۲].

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

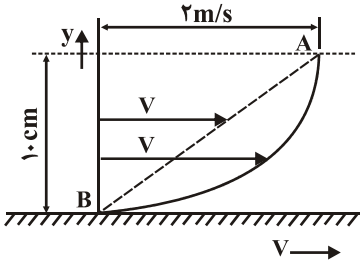
۱- به (μ) ضریب لزجت دینامیکی نیز گفته می‌شود.

بعد (ν) برابر $L^{۲}T^{-۱}$ می‌باشد که واحد آن در سیستم $SI, \frac{m^{۲}}{s}$ و در سیستم $cgs, \frac{cm^{۲}}{s}$ می‌باشد که اصطلاحاً «استوکس» خوانده می‌شود بنابراین براساس تبدیل واحد خواهیم داشت:

$$۱(stokes) = ۱۰^{-۴}(\frac{m^{۲}}{s})$$

مثال

سیال نشان داده شده در شکل دارای ضریب لزجت μ می‌باشد، تغییرات سرعت نسبت به عمق (گرادیان سرعت $(\frac{du}{dy})$) و تنش برشی در نقطه مرزی B و نقاطی که به ترتیب به فواصل ۱و۵و۸و۱۰ سانتی متری از بستر قرار دارند را در هر یک از حالتهای ذیل محاسبه نمائید؟



الف) توزیع سرعت خطی

$$\text{فرض توزیع خطی}: u = ay + b \rightarrow \begin{cases} y = ۰ \rightarrow u = ۰ \\ y = ۰/۱ \rightarrow u = ۲ \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} b = ۰ \\ a = ۲۰ \end{matrix} \rightarrow u = ۲۰y$$

$$\rightarrow \frac{du}{dy} = ۲۰ \rightarrow \tau = \mu\frac{du}{dy} \rightarrow \tau = ۲۰\mu(\frac{N}{m^{۲}})$$

بنابراین تنش برشی مستقل از y بوده و در فاصله بین A و B ثابت و برابر ۲۰μ می‌باشد.

ب) توزیع سرعت سهمی

$$\text{باشد } u = ay^{۲} + by + c \rightarrow \begin{cases} y = ۰ \rightarrow u = ۰ & c = ۰ \\ y = ۰/۱ \rightarrow u = ۲ & \rightarrow \quad a = -۲۰۰ \\ y = ۰/۲ \rightarrow u = ۰ & b = ۴۰ \end{cases}$$

$$\rightarrow u = -۲۰۰y^{۲} + ۴۰y \rightarrow \frac{du}{dy} = -۴۰۰y + ۴۰$$

$$\tau = \mu(\frac{du}{dy}) \rightarrow \tau = \mu(-۴۰۰y + ۴۰)$$

بنابراین تنش برش نسبت به y ، یک معادله درجه یک و تغییرات آن به صورت خطی می‌باشد.

$$\begin{cases} y = ۰ & \rightarrow \quad \tau = ۴۰\mu \ (\frac{N}{m^{۲}}) \\ y = ۰/۰۱(m) & \rightarrow \quad \tau = ۳۶\mu \ (\frac{N}{m^{۲}}) \\ y = ۰/۰۵(m) & \rightarrow \quad \tau = ۲۰\mu \ (\frac{N}{m^{۲}}) \\ y = ۰/۰۸(m) & \rightarrow \quad \tau = ۸\mu \ (\frac{N}{m^{۲}}) \\ \mu = ۰/۱(m) & \rightarrow \quad \tau = ۰ \quad (\frac{N}{m^{۲}}) \end{cases}$$

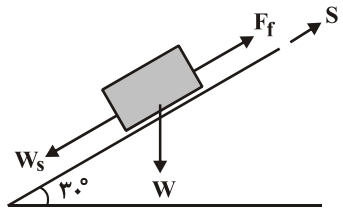
مثال

دو صفحه موازی به فاصله $۰/۵(mm)$ از یکدیگر قرار دارند، اگر یکی از صفحات ثابت و صفحه دیگر متحرک با سرعت $۰/۵(\frac{m}{s})$باشد، برای حفظ این سرعت نیروئی معادل $۲(N)$ در واحد سطح به صفحه متحرک وارد می‌گردد. مطلوبست محاسبه لزجت سیال بر حسب پواز.

با فرض توزیع خطی: $\tau = \mu \frac{du}{dy} \rightarrow ۲ = \mu \frac{۰/۵}{۰/۵ \times ۱۰^{-۳}} \rightarrow \mu = ۰/۰۰۲(\frac{N.s}{m^۲}) = ۰/۰۲(poise)$

مثال

جسمی به وزن $۵۰۰(N)$ بر روی سطح شیب داری که با افق زاویه ۳۰° می‌سازد و با سرعت ثابت $۱(\frac{m}{s})$ به طرف پایین می‌لغزد مفروض است، اگر بین جسم و سطح لایه نازکی از سیال با لزجت $۰/۱(pa.s)$ قرار گرفته و سطح در تماس جسم با سیال $۰/۲(m^۲)$ باشد، مطلوبست محاسبه ضخامت لایه؟

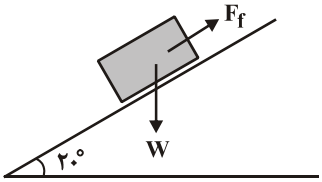


$$\rightarrow \Sigma F_S = ۰ \quad \rightarrow F_f - W_s = ۰$$

$$\begin{cases} F_f = \tau(A) \rightarrow F_f = \mu(\frac{du}{dy})A \\ W_s = W \sin\theta \end{cases} \Rightarrow dy = \frac{\mu du A}{W \sin\theta} \rightarrow dy = \frac{۰/۱ \times ۱ \times ۰/۲}{۵۰۰ \sin(۳۰)} \rightarrow dy = ۸ \times ۱۰^{-۵}(m)$$

مثال

بین یک بلوک تخت فلزی به وزن $۸(kg)$ و سطح زیر آن، سیالی با ضریب لزجت $۰/۲\frac{N.s}{m^۲}$ به ضخامت $۲mm$ قرار گرفته است، اگر سطح تماس $۰/۲(m^۲)$ و زاویه سطح زیرین با افق ۲۰° باشد سرعت نهایی بلوک را محاسبه نمائید.

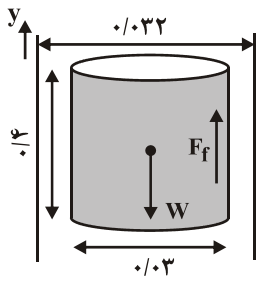


$$\sum F_s = ۰$$
$$F_f = mg \sin\theta$$

$$\begin{cases} F_f = \tau(A) = \mu \frac{du}{dy}(A) = (۰/۰۲)(\frac{u - ۰}{۲ \times ۱۰^{-۳}})(۰/۲) \rightarrow F_f = ۲u \ (N) \\ mg \sin\theta = ۸ \times ۱۰ \times \sin(۲۰) = ۲۷/۳۶ \ (N) \end{cases} \rightarrow ۲u = ۲۷/۳۶ \rightarrow u = ۱۳/۶۸ \ (\frac{m}{s})$$

مثال

یک شفت فولادی به جرم $۷۸/۵(\frac{kg}{m^۳})$ و قطر $۳(cm)$ و طول $۴۰(cm)$ با نیروی وزن خود در داخل لوله‌ای عمودی به قطر $۳/۲(cm)$ می‌افتد و فاصله بین شفت و لوله در همه جا یکسان و پر از سیالی با لزجت $۸(poise)$ می‌باشد در وضعیت نهایی سرعت متوسط شفت فولادی چقدر است؟



$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow W = F_f$$

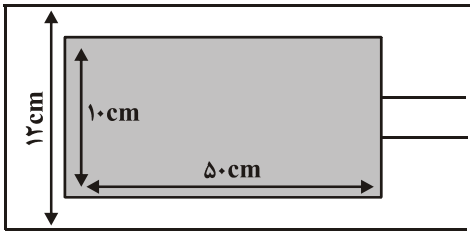
$$W = mg \rightarrow W = 78/5 \times 9/81 \rightarrow W = 770(N)$$

$$F_f = \tau(A) \rightarrow \begin{cases} A = \pi Dh = \pi(0/03)(0/4) = 0/0376(m^2) \\ \tau = \mu\dfrac{du}{dy} = 0/8\dfrac{u}{(\frac{0/032-0/03}{2})} = 800\mu \end{cases} \rightarrow F = 30/14u$$

$$W = F_f \rightarrow 770 = 30/14u \rightarrow u = 25/54\ (\frac{m}{s})$$

مثال

مطابق شکل پیستونی در داخل یک سیلندر با سرعت $4(\frac{m}{s})$ حرکت می‌کند، لایه‌ای از روغن که پیستون و سیلندر را از هم جدا می‌کند دارای ضریب لزجت $0/001\ (\frac{N.s}{m^2})$ است. نیروی لازم برای برقراری این حرکت چقدر است؟



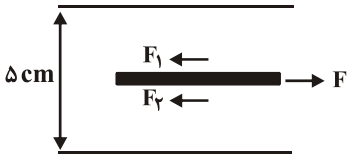
$$\tau = \mu\frac{du}{dy} = 0/001(\frac{20}{\frac{(12-10)}{2}\times 10^{-2}}) = 2\ (\frac{N}{m^2})$$

$$A = \pi Dh = \pi(0/1)(0/5) = 0/05\pi(m^2)$$

$$F = \tau_0 A = (2)(0/05\pi) = 0/34(N)$$

مثال

فضای (5(cm بین دو صفحه بزرگ با سیالی با $\mu = 0/006(poise)$ پر شده است چه نیروی لازم است تا یک صفحه نازک به مساحت $5(m^2)$ با سرعت $0/5(\frac{m}{s})$ از بین دو صفحه حرکت کند بطوریکه فاصله آن از هرد دو صفحه برابر باشد.



$$\mu = 0/006(poise) = 0/0006(\frac{N.s}{m^2})$$

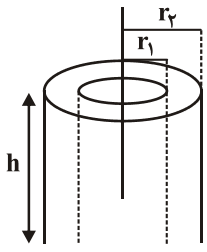
$$\tau = \mu\frac{du}{dy} = 0/0006(\frac{5}{\frac{5}{2}\times 10^{-2}}) = 0/12(\frac{N}{m^2})$$

$$F_1 = \tau_1 \times A = 0/6(N)$$

$$F_1 = F_2 \rightarrow F = F_1 + F_2 = 1/2(N)$$

مثال

یک سیلندر به شعاع r_1 ، درون سیلندر دیگری به شعاع r_2 به صورت متحدالمرکز به ارتفاع (h) دوران می‌کنند، در صورتیکه گشتاور لازم برای این دوران با سرعت u برابر با T باشد، مطلوب است محاسبه لزجت سیال فیمابین دو سیلندر.



$$\begin{cases} T = F\cdot r \\ F = \tau.A = \tau(2\pi r)h \\ \tau = \mu\dfrac{du}{dy} \rightarrow dy = -dr \text{ (جهت y و r مخالف باشد)} \end{cases} \rightarrow \tau = \mu\frac{-du}{dr}$$

$$\rightarrow T = \frac{\mu du\left(2\pi r^2\right)h}{dr}$$

$$du = \frac{-T}{۲\pi\mu h}\frac{۱}{r^۲}dr \rightarrow \int_{u_۱=u}^{u_۲=۰} du = \frac{-T}{۲\pi\mu h}\int_{r_۰}^{r_۲}\frac{dr}{r^۲}$$

$$\rightarrow -u = \frac{-T}{۲\pi\mu h}\left(\frac{۱}{r_۱}-\frac{۱}{r_۲}\right) \rightarrow \mu = \frac{T}{۲\pi u h}\left(\frac{۱}{r_۱}-\frac{۱}{r_۲}\right)$$

مثال

استوانه‌ای به شعاع $۸(cm)$ به طول $۵۰(cm)$ در داخل استوانه دیگری به شعاع $۹(cm)$ به صورت متحدالمرکز دوران می‌کند، فضای بین دو استوانه را گلسیرین با ضریب لزجت $۰/۸۵\ (\frac{N.S}{m^۲})$ پر کرده است. گشاور لازم برای این حرکت $۰/۳۵(N.m)$ می‌باشد، مطلوبست محاسبه گرادیان سرعت و سرعت استوانه داخلی

$$\begin{cases}\tau = F\times r \rightarrow F = \dfrac{۰/۳۵}{r} \\ F = \tau(A) = \tau(۲\pi rh) \rightarrow F = \tau(\pi r)\end{cases} \rightarrow \tau = \frac{۰/۳۵}{\pi}\left(\frac{۱}{r^۲}\right)$$

$$\tau = \mu\frac{du}{dy} \rightarrow \frac{du}{dy} = \frac{۰/۳۵}{\pi\mu}\left(\frac{۱}{r^۲}\right) = \frac{۰/۱۳}{r^۲} \rightarrow \begin{cases} r_۱ = ۰/۰۸^{(m)} \rightarrow \left(\dfrac{du}{dy}_{داخلی}\right) = ۲۰/۳۱\ \left(\dfrac{۱}{s}\right) \\ r_۲ = ۰/۰۹^{(m)} \rightarrow \left(\dfrac{du}{dy}_{خارجی}\right) = ۱۶/۰۵\ \left(\dfrac{۱}{s}\right)\end{cases}$$

$dy = -dr$ و سرعت در جداره خارجی صفر و سرعت سیلندر داخلی را u در نظر می‌گیریم، بنابراین خواهیم داشت:

$$du = \frac{-۰/۱۳}{r^۲}.\ dr \rightarrow \int_{u_۱}^{u_۲} du = ۰/۱۳ \int_{r_۱=۰/۰۸}^{r_۲=۰/۰۹}\frac{۱}{r^۲}(dr)$$

$$u = ۰/۱۳\left(\frac{۱}{r_۱}-\frac{۱}{r_۲}\right) = ۰/۱۸\left(\frac{m}{s}\right)$$

مثال

یک شفت به قطر $۸(cm)$ درون لوله‌ای به قطر $۸/۰۲(cm)$ و طول $۳۰(cm)$ با سرعت زاویه‌ای $۱۸۰(\frac{r}{min})$ دوران می‌کند، با فرض آنکه فاصله شفت و لوله سیالی با لزجت $۵\times۱۰^{-۴}(\frac{m^۲}{s})$ و چگالی $۰/۹$ قرار گرفته باشد، مطلوب است محاسبه گشاور مقاوم اعمال شده و توان لازم برای چرخاندن شفت.

$$\omega = ۱۸۰\left(\frac{\text{دور}}{min}\right)*\frac{۱\ min}{۶۰\ s}*\frac{۲\pi\ rad}{\text{دور}۱} = ۶\pi\left(\frac{rad}{s}\right)$$

قسمت الف مسئله فوق دارای یک حل دقیق همانند مثال‌های می‌باشد و لیکن در اینجا با تقریب می‌توان نوشت[۳].

$$\tau = \mu\frac{du}{dy} \rightarrow \begin{cases} du = u - ۰ = r\omega - ۰ = r\omega \\ dy = r_۲ - r_۱\end{cases} \xrightarrow{\text{با فرض r برابر شعاع داخلی}} \begin{cases} du = ۰/۲۴\ \pi\ \left(\dfrac{m}{s}\right) \\ dy = ۰/۰۰۱\ \ (m)\end{cases}$$

۱- مثال مذکور را به طور دقیق حل کنید و با جواب این مسئله و در حالتیکه $r = \frac{r_۱ + r_۲}{۲}$ باشد بررسی و مقایسه نمایید.

$$\rightarrow \tau = ۰/۴۵\ (\frac{۰/۲۴\pi}{۰/۰۰۱}) = ۳۳۹/۱\ \ (\frac{N}{m^۲})\ \ \mu = \nu.\rho \ \rightarrow \begin{cases} \rho = ۰/۹\rho_w = ۹۰۰(\frac{kg}{m^۳}) \\ \nu = ۵\times۱۰^{-۴}\ \ (\frac{m^۲}{s}) \end{cases} \rightarrow \mu = ۰/۴۵\ \ (\frac{N.m}{s^۲})$$

$$F = \tau.A \xrightarrow{A=\pi Dh} F = (۳۳۹/۱)(\pi)(۰/۰۸)(۰/۳) = ۲۵/۵۶\ \ (N)$$

$$T = F.r \xrightarrow{r=۰/۰۴} T = ۱/۰۲\ \ (N.m)$$

$$P = T.\omega \longrightarrow p = ۱۹/۲۷\ \ (W)$$

مثال

پیستونی به قطر $۵۰\ (mm)$ در داخل استوانه‌ای به قطر $۵۰/۱(mm)$ حرکت می‌کند، بین پیستون و سیلندر نفت خام قرار گرفته است. اگر دمای نفت را از $۰^{\circ c}$ به $۱۲^{\circ c}$ برسانیم، نیروی لازم برای حرکت پیستون چند درصد کاهش می‌یابد؟

$$\begin{cases} t_۱ = ۰^{\circ c} \longrightarrow \mu_۱ = ۱/۸\times۱۰^{-۲}\ \ (\frac{N.s}{m^۲}) \\ \text{با توجه به جداول} \\ t_۲ = ۱۲۰^{\circ c} \longrightarrow \mu_۲ = ۲/۱\times۱۰^{-۳}\ \ (\frac{N.s}{m^۲}) \end{cases}$$

$$F = \mu\frac{du}{dy} \rightarrow \begin{cases} F_۱ = \mu_۱\frac{du}{dy} \\ F_۲ = \mu_۲\frac{du}{dy} \end{cases}$$

میزان کاهش نیروی لازم عبارت است از:

$$\frac{\Delta F}{F_۱} = \frac{F_۲ - F_۱}{F_۱} = \frac{\mu_۲ - \mu_۱}{\mu_۱} = \frac{\left(۱/۸\times۱۰^{-۲}\right) - \left(۲/۱\times۱۰^{-۳}\right)}{۱/۸\times۱۰^{-۲}} = ۰/۸۸۳$$

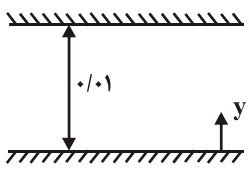
$$\frac{\Delta F}{F_۱}\times۱۰۰ = ۸۸/۳٪$$

مثال

توزیع سرعت نفت سفید با لزجت $۰/۰۰۳(\frac{N.s}{m^۲})$ بین دو دیواره به فاصله $۰/۰۱(m)$ با رابطه زیر داده شده است:

$$u = ۱۰۰۰y(۰/۰۱ - y)$$

که در آن y، فاصله دیواره بر حسب متر، u سرعت بر حسب $\frac{m}{s}$ می‌باشد، تنش برشی بر روی دیواره ها و بین آن را محاسبه نمایید؟



$$u = ۱۰y - ۱۰۰۰y^۲ \longrightarrow \frac{du}{dy} = ۱۰ - ۲۰۰۰y$$

$$\tau = \mu(\frac{du}{dy}) = \mu(۱۰ - ۲۰۰۰y)$$

$$\rightarrow \begin{cases} y = ۰\ \ (m) \longrightarrow \tau = ۱۰\mu = ۰/۰۳\ (\frac{N}{m^۲}) \\ y = ۰/۰۰۵\ \ (m) \longrightarrow \tau = ۰ = ۰\ \ (\frac{N}{m^۲}) \\ y = ۰/۰۱\ \ (m) \longrightarrow \tau = -۱۰\mu = -۰/۰۳\ (\frac{N}{m^۲}) \end{cases}$$