

دانش اگر در ثریا هم باشد مردمانی از سرزمین پارس بر آن دست خواهند یافت.

پیامبر اعظم (ص)

شرح جامع

دروس مشترک (نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها)

«مهندسی کامپیوتر»

(نرم‌افزار – هوش مصنوعی – نرم‌افزار – الگوریتم و محاسبات)

مولف: محمد مهدی مجیری فروشانی

انتشارات ارشد

پیشگفتار ناشر

خداوند بزرگ را شاکریم که فرصتی عنایت فرمود تا بتوانیم قدمی در جهت گسترش علم و فرهنگ کشور عزیزمان برداریم و مسیری هموار را در اختیار مخاطبان و داوطلبان علاقمند به ادامه تحصیل قرار دهیم. از آنجائی که درحوزه کتاب‌های درسی و کمک درسی کارشناسی ارشد کتاب‌های زیادی به رشته تحریر در آمده است با این حال وجود یک مجموعه جامع، دقیق، کامل و دارای رفرنس(منابع) مستند احساس می‌شود.

همیشه دغدغه داشتیم که ای کاش می‌شد تمامی منابع پراکنده و گاهاً دست نایافتنی کنکور در یک مجموعه به گونه‌ای جذاب و شیوا آماده می‌شد و همچنین سوالات دوره‌های قبل کنکور نیز به گونه‌ای تشریحی پاسخ داده می شدند، که خدشه‌ای بر آنها وارد نشود و خیال داوطلبان عزیز آنقدر آسوده باشد که اطلاعات مندرج در پاسخنامه‌ها را برای بهره‌گیری در آزمون خود بکار گیرند. این کار با یاری خداوند بزرگ و همکاری نخبه‌ترین دانشجویان و اساتید کشور در انتشارات ارشد هماهنگ گردید و در تمامی مقاطع تحصیلی از کاردانی به کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری در حوزهٔ آزمون‌های سراسری – آزاد و پیام نور بسته‌های آموزشی شامل کتاب‌های بانک سوالات و کتاب‌های شرح جامع درس آماده گردید. در تهیه مجموعه‌های فوق‌الذکر از فارغ‌التحصیلان کارشناسی ارشد و دکتری که حائز رتبه‌های تک رقمی کنکور می‌باشند، استفاده کرده‌ایم، تا شما عزیزان بتوانید در راستای افزایش توان علمی خود در جهت نیل به مقصود خویش نایل آیید. بدون تردید می‌توان گفت که برای اولین بار در نظام آموزشی کشور مجموعه‌ای به این سبک عرضه می‌شود که در کیفیت و کمیت بی‌نظیر بوده و تمامی نیازهای دانشجویان و داوطلبان عزیز را پوشش می‌دهد. امید است که استفاده از این مجموعه عزیزان را در جهت موفقیت در آزمون یاری رسانده باشد. در پایان لازم به ذکر است که بی نقصی محض از آن خداوند متعال می‌باشد، بنا براین از تمامی خوانندگان و داوطلبان عزیز خواهشمندیم نظرات سازنده خود را در مورد این کتاب به سایت انتشارات ارشد اعلام نمایند تا ما را در جهت هر چه بهتر آماده کردن این محصولات یاری رسانند.

با تشکر

ناشـــــر

www.arshadbook. ir

پیشگفتار مولف

درس نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها یکی از دروس پراهمیت دوره کارشناسی و یکی از موارد امتحانی کنکور کارشناسی ارشد با ضریب ۴ می‌باشد. متاسفانه در سال‌های اخیر هیچ کتاب مفیدی برای این درس تالیف یا ترجمه نشده است. کتاب‌ها کمک آموزشی موجود هم در سطح بسیار پایینی نوشته می‌شوند. مشکل بودن مباحث و لزوم داشتم پیش‌زمینه ریاضی قوی برای این درس، از جمله عوامل عدم تالیف کتاب مناسب برای این درس می‌باشد.

کتاب حاضر که با استفاه از منبع اصلی این درس در کنکور کارشناسی ارشد، یعنی کتاب نظریه زبان‌های آقای Peter Linz و کمک از کتب دیگری نظیر Sipser و همچنین تجربیات نویسنده در زمینه تدریس این درس نوشته شده، سعی دارد کتابی جامع و در عین حال خلاصه برای مباحث نظریه زبان‌ها ارائه دهد. بخش‌بندی کتاب تقریبا منطبق با کتاب لینز است، به جزء مواردی که احساس شده بخشی از کتاب لینز در کنکور کارشناسی ارشد سوالی ندارد. البته این موارد به صورت صریح در متن ذکر شده است.

بسیاری از اثبات‌ها حذف شده ولی به کتاب لینز ارجاع داده شده تا هم وقت دانشجویان کنکوری گرفته نشود و هم در صورتی که مشکلی وجود داشت به راحتی با مراجعه به بخش معادل در کتاب لینز مشکل برطرف شود. در این کتاب از ویرایش چهارم کتاب لینز استفاده کردیم:

FORMALA LANGUAGES and AUTOMATA, 2006, fourth Edition, by PETER LINZ
INTRODUCTION TO THE THEORY OF COMPUTATION, 2006, Second Edition, by MICHAEL SIPSER

در این کتاب سعی شده تاکید و تمرکز بر روی مباحث کنکور کارشناسی ارشد باشد، ولی به دلیل مفهومی بودن سوالات این درس، مجبوریم توضیحات و مقدماتی را برای مباحث مختلف طرح کنیم. شاید در زمان خواندن این مباحث احساس کنید این مطالب بیشتر به درد سوالات تشریحی می‌خورد تا تستی. ولی تحمل داشته باشید از همین مباحث به ظاهر تشریحی سوالات تستی زیادی طرح می‌شود. یا بهتر است بگویم، قسمت زیادی از سوالات از همین مباحث است.

در آخر این اثر هرچند کوچک را تقدیم می‌کنم، به پدر و مادر عزیز و همسر مهربانم.

http://www.mojiry.ir

با سپاس

محمد مهدی مجیری

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

پیشگفتار ناشر ۳
پیشگفتار مولف ۴

فصل اول: مقدمه‌ای بر نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

۱-۱- مفاهیم ریاضی ۹
۱-۲- مفاهیم پایه ۱۱

فصل دوم: ماشین‌های متناهی

۲-۱- ماشین متناهی قطعی ۲۴
۲-۲- ماشین متناهی غیر قطعی ۲۵
۲-۳- تبدیل NFA به DFA ۲۶
۲-۴- کاهش حالت در DFA ۲۸

فصل سوم: زبان‌های منظم و گرامرهای منظم

۳-۱- عبارات منظم ۳۵
۳-۲- ارتباط بین زبان منظم و عبارات منظم ۳۷

فصل چهارم:خصوصیات زبان‌های منظم

۴-۱- خصوصیات بستاری زبان‌های منظم ۴۹
۴-۲- برخی پرسش‌ها درباره زبان‌های منظم ۵۱
۴-۳- شناسایی زبان‌های منظم ۵۲

فصل پنجم: زبان‌های مستقل از متن

۵-۱- گرامر مستقل از متن ۶۱
۵-۲- تجزیه و ابهام ۶۳

فصل ششم: ساده سازی گرامرهای مستقل از متن و فرم های نرمال

۶-۱- گرامر ساده ۷۳
۶-۲- دو فرم نرمال مهم ۷۶

عنوان صفحه

فصل هفتم: ماشین‌های پشته‌ای (PUSHDOWN AUTOMATA)

۷-۱- ماشین پشته‌ای غیرقطعی ۸۵
۷-۲- تبدیل گرامر مستقل از متن به NPDA ۸۷
۷-۳- ماشین پشته‌ای قطعی و زبان‌های مستقل از متن قطعی ۸۸

فصل هشتم: خصوصیات زبان مستقل از متن

۸-۱- قضیه‌ی پامپینگ برای زبان‌های مستقل از متن ۹۵
۸-۲- خصوصیات بستاری و الگوریتم‌های تصمیم برای زبان‌های مستقل از متن ۹۶

فصل نهم: ماشین تورینگ

۹-۱- ماشین تورینگ استاندارد ۱۰۵

فصل دهم: مدل‌های دیگری از ماشین‌های تورینگ

۱۰-۱- تغییرات کوچک در ماشین تورینگ ۱۱۳
۱۰-۲- ماشین‌های تورینگ با حافظه‌ی پیچیده‌تر ۱۱۴
۱۰-۳- ماشین تورینگ غیرقطعی ۱۱۵
۱۰-۴- یادآوری ۱۱۵
۱۰-۵- ماشین‌های کران‌دار ۱۱۶

فصل یازدهم: سلسله مراتب زبان‌های رسمی و ماشین‌ها

۱۱-۱- زبان‌های بازگشتی (RE) و شمارش‌پذیر بازگشتی (REC) ۱۲۱
۱۱-۲- گرامر بدون محدودیت ۱۲۲
۱۱-۳- زبان و گرامر حساس به متن ۱۲۲
۱۱-۴- سلسله مراتب چامسکی ۱۲۳

فصل دوازدهم: محدودیت‌های محاسباتی

۱۲-۱-مسأله هالتینگ HALTING PROBLEM ۱۳۱
۱۲-۲- مسائل تصمیم‌ناپذیر برای زبان‌های بازگشتی شمردنی (RE) ۱۳۲
۱۲-۳- مسائل تصمیم‌ناپذیر برای زبان‌های مستقل از متن ۱۳۳
۱۲-۴- سؤالی در مورد بازده ۱۳۳
پیوست ۱ ..... ۱۳۶
سوالات نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها سراسری سال ۱۳۸۸ ..... ۱۳۷
پاسخنامه نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها سراسری سال ۱۳۸۸ ..... ۱۳۹
سوالات نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها سراسری سال ۱۳۸۹ ..... ۱۴۱
پاسخنامه نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها سراسری سال ۱۳۸۸ ..... ۱۴۳

فصل اول

مقدمه‌ای بر نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

عناوین اصلی

- ۱-۱- مفاهیم ریاضی
- ۱-۲- مفاهیم پایه

فصل اول

مقدمه‌ای بر نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

در این فصل در ابتدا برخی مفاهیم ریاضی مورد نیاز مانند تعاریفی از مجموعه، رابطه و گراف را بیان می‌نماییم ودر ادامه بـه تشریح مفاهیم پایه‌ای و ابتدایی درس مانند تعریف زبان و گرامر و اتوماتا می‌پردازیم. دقت کنید که تمامی تعارف ارائه شـده در این فصل مورد نیاز است. بنابراین به سادگی از آنها عبور نکنیـد. البتـه بـرای اختـصار از توضـیح مفـصل مـوارد ابتـدایی خودداری می‌نماییم. در صورتی که درباره‌ی این مفاهیم مشکلی داشتید به کتب ریاضی موجود مراجعه نمایید.

۱-۱- مفاهیم ریاضی

۱-۱-۱- مجموعه

مجموعه: تشکیل شده از تعدادی عضو. به صورت $S = \{.....\}$ نمایش می‌دهیم.

عملیات مختلفی روی مجموعه‌ها صورت می‌گیرد که در زیر نمونه‌هایی از آنها را به همراه تعریف آنها مشاهده می‌نمایید.

اجتماع:

$$S_1 \cup S_2 = \{x \mid x \in S_1 \text{ or } x \in S_2\}$$

اشتراک:

$$S_1 \cap S_2 = \{x \mid x \in S_1 \text{ and } x \in S_2\}$$

تفریق:

$$S_1 - S_2 = \{x \mid x \in S_1 \text{ and } x \notin S_2\}$$

مکمل:

$$\overline{S} = \{x \mid x \in U \ , \ x \notin S\}$$

دو مجموعه تعرف شده زیر را به خاطر بسپارید:

U: مجموعه جهانی که شامل تمامی اعضاء ممکن است.

$\varnothing$: مجموعه تهی.

با توجه به صحبت‌های انجام شده، نتایج زیر به دست می‌آید:

$$S \cup \varnothing = S - \varnothing = S$$

$S \cap \varnothing = \varnothing$

$\bar{\varnothing} = U$

$\bar{\bar{S}} = S$

به دو قانون زیر که به قوانین دمورگان معروف هستند دقت نمایید:

$\overline{S_1 \cup S_2} = \overline{S_1} \cap \overline{S_2}$

$\overline{S_1 \cap S_2} = \overline{S_1} \cup \overline{S_2}$

۱-۱-۲- چند تعریف مهم:

$|S|$: نشان‌دهنده تعداد اعضاء S است.

مجموعه منفصل: به دو مجموعه منفصل با Disjoint می‌گوییم اگر

$S_1 \cap S_2 = \varnothing$

مجموعه توانی: مجموعه تمام زیرمجموعه‌های یک مجموعه با 2^S نشان می‌دهیم. همچنین داریم:

$|2^S| = 2^{|S|}$

۱-۱-۳- رابطه و تابع

تابع: رابطه‌ای که در آن هیچ دو زوج مرتبی با مؤلفه‌های یکسان وجود نداشته باشد.

اگر تابع را با علامت زیر نشان دهیم:

$F : S_1 \to S_2$

می‌گوییم:

S_1: مجموعه آغاز

S_2: مجموعه انجام

$R_f \subseteq S_2$ برد f

$D_f \subseteq S_1$ دامنه f

تابع جزئی: تابعی که در آن $D_f \subset S_1$

تابع کلی: تابعی که $D_f = S_1$ یعنی تابعی که دامنه و مجموعه آغاز یکی باشد.

اگر رابطه‌ای سه خاصیت زیر را داشت، یک رابطه‌ی هم‌ارزی است.

$$\begin{cases} \text{reflexive} & \forall x \in S & xRx \\ \text{symmetric} & \forall x, y \in S & xRy \Rightarrow yRx \\ \text{Transitive} & \forall x, y, z \in s & xRy \wedge yRz \Rightarrow xRz \end{cases}$$

۱-۱-۴- گراف و درخت

گراف را با دو مجموعه راس و یال نشان می‌دهند: $G =< V, E >$ که V مجموعه رئوس و E مجموعه یال‌هاست.

مسیر: یک مسیر دنباله‌ای از یال‌هاست که انتهای هر یال، ابتدای یال بعدی باشد و ما را از یک گره مبدا به یک گره مقصد برساند.

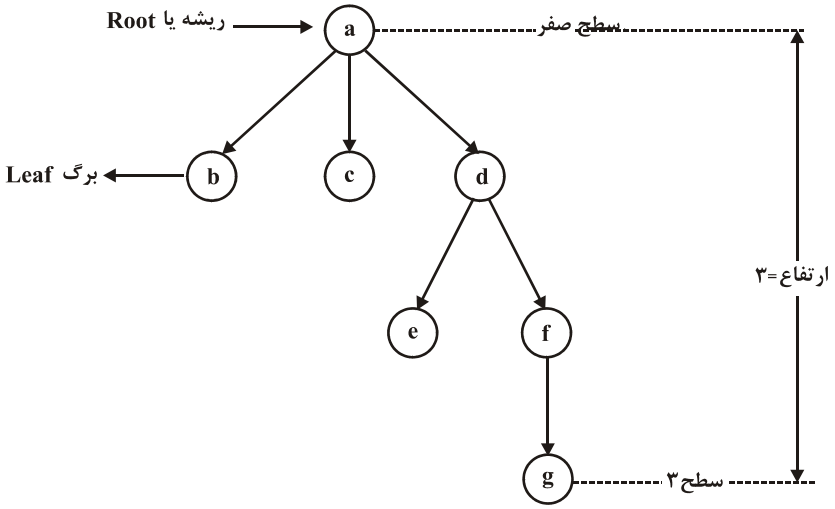
مسیر ساده: مسیری ساده است اگر هیچ گره تکراری در مسیر وجود نداشته باشد.

مسیر اصلی: مسیری اصلی است که یال تکراری در مسیر نباشد.

چرخه: یک مسیر را چرخه می‌نامیم، اگر گره مبدا و مقصد یکی باشد.

درخت: یک گراف همبند که در آن چرخه وجود نداشته باشد.

در درخت‌ها گره فرزند و والد داریم. همچنین دو تعریف عمق و ارتفاع در درخت مهم هستند. برخی تعاریف درخت را در شکل زیر شرح می‌دهیم:



عمق درخت فوق ۴ است.

ارتفاع درخت: طول بلندترین مسیر

برگ: گره‌ای که فرزند ندارد.

a ریشه درخت و والد (پدر) d, c, b می‌باشد.

d فرزند a است.

۱-۲- مفاهیم پایه

۱-۲-۱ زبان

ابتدا به تعاریف زیر توجه نمایید:

زبان (Language) مجموعه‌ای از رشته‌هاست.

رشته (String) دنباله‌ای از الفبا است.

الفبا (Alphabet) مجموعه‌ای از سمبل‌هاست. این مجموعه را Σ نشان می‌دهیم.

زبان:
- **۱- متناهی** (Finite) **مثال:** $L = \{۰۱۰, ۱۱, ۰\}$
- **۲- نامتناهی** (Infinite): **تعداد رشته‌های زبان نامتناهی است.**

مثال:

زبان متناهی: $L = \{۰۱۰ , ۱۱ , ۰\}$

زبان نامتناهی: $L = \{a^n \mid n \text{ is even}\}$

$L = \{aa, aaaa, aaaaaa, ...\}$

تعریف رشته λ: رشته‌ای به طول صفر. توجه کنید λ جزء الفبای زبان نیست.

عملگرهای روی زبان

۱) ادغام concat: با.نشان داده می‌شود. $x.y$ یعنی ادغام x, y

مثال:

$$\left.\begin{matrix} x = "abc" \\ y = "cde" \end{matrix}\right\} \rightarrow x.y = "abcde"$$

و همچنین داریم:

$$|x.y| = |x| + |y|$$
$$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$$
$$۶ \quad ۳ \quad ۳$$

نکته: λ عضو خنثی عمل ادغام

$$x.\lambda = \lambda.x = x$$
$$|x.\lambda| = |x| + |\lambda| = |x|$$

آنچه در بالا توضیح دادیم. ادغام دو رشته بود. قبل از آن که ادغام دو زبان را بیان کنیم، باید برخی تعاریف را بیاوریم:
تعریف ۱: اگر W یک رشته باشد، W^n رشته‌ای است که از n بار تکرار W حاصل شده است.

$$W = «ab» \rightarrow W^۳ = «ababab»$$

مثال:

$$W = «\text{هر رشته‌ای}» \rightarrow W^۰ = \lambda$$

تعریف ۲: اگر Σ یک الفبا باشد. Σ^* مجموعه‌ای از رشته‌ها است، که از تکرار صفر یا بیشتر از سمبل‌های Σ به دست آمده.

مثال:

$\Sigma = \{a, b\} \rightarrow \Sigma^* = \{\lambda, a, b, aa, bb, ab, ba, aaa, ...\}$

$\sum = \{a\} \rightarrow \Sigma^* = \{\lambda, a, aa, aaa, ...\}$

همچنین تعریف می‌کنیم: $\Sigma^+ = \Sigma^* - \{\lambda\}$

نکته: اگر داشته باشیم: **L={aa,ab,aaa}** و $\Sigma = \{a, b\}$ می‌گوییم **L** زبانی روی Σ است.

الحاق دو زبان: $L_۱.L_۲ = \{xy \mid x \in L_۱, yL_۲\}$

مثال:

$$\left.\begin{matrix} L_{۱=}\{a, ab\} \\ L_۲ = \{b, bb\} \end{matrix}\right\} L_۱.L_۲ = \{ab, abb, abbb\}$$

نکته: $|L_۱.L_۲| \le |L_۱|.|L_۲|$

همان طور که در مثال بالا دیدید، $L_۱$ و $L_۲$ هر کدام دارای دو عضو بودند. یعنی $|L_۱| = |L_۲| = ۲$ ولی $L_۱.L_۲$ دارای ۳ عضو بوده $۳ \le ۲ \times ۲$

نکته: L^n از n بار الحاق زبان L با خودش به وجود می‌آید. به عنوان مثال:

$L^۱ = L \quad L^۲ = L.L \qquad L^۳ = (L.L).L \qquad ,...$

بنابراین داریم:

$L^\circ = \{\lambda\}$

همچنین:

$L^* = L^\circ \cup L^۱ \cup L^۲ ...$

$L^+ = L^۱ \cup L^۲ ...$

۲) معکوس Reverce: با توان R نشان داده می‌شود. X^R یعنی معکوس x $\quad w = "abc" \rightarrow w^R = "cba"$

$L^R = \{w^R \mid w \in L\}$

مثال:

$L = \{a, ab, abb\} \Rightarrow L^R = \{a, ba, bba\}$

$L = \{a^n b^n \mid n \ge \circ\} \Rightarrow L^R = \{b^n a^n \mid n \ge \circ\}$

۳) مکمل: تعریف می‌کنیم $\bar{L} = \Sigma^* - L$

مثال:

$L = \{a^n \mid n \text{ is even}\} \Rightarrow \bar{L} = \{a^m \mid m \text{ is odd}\}$

۴) اجتماع $L_1 \cup L_2 = \{w \mid w \in L_1 \text{ OR } w \in L_2\}$

۵) اشتراک $L_1 \cap L_2 = \{w \mid w \in L_1 \text{ AND } w \in L_2\}$

۶) تفاضل $L_1 - L_2 = \{w \mid w \in L_1 \text{ AND } w \notin L_2\}$

چند نکته مهم و مفید:

$L.\varnothing = \varnothing.L = \varnothing$ $\qquad \varnothing^* = \{\lambda\}$

$L.\{\lambda\} = L$ $\qquad \varnothing^+ = \varnothing$

تست:

کدام‌یک از گزاره‌های زیر لزوماً صحیح نیست؟

۱) $L^* = L^+ \cup \{\lambda\}$ $\qquad$ ۲) $L^+ = L^* - \{\lambda\}$

۳) $\Sigma^* = \Sigma^+ \cup \{\lambda\}$ $\qquad$ ۴) $\Sigma^+ = \Sigma^* - \{\lambda\}$

پاسخ:

گزینه «۲»

اگر زبان L شامل λ باشد، این رابطه نقض می‌شود.

$L = \{\lambda, a\} \rightarrow L^+ = \{\lambda, a, aa, aaa, \ldots\}$

در مورد گزینه ۴ باید گفت Σ هیچ‌گاه شامل λ نمی‌باشد.

۱-۲-۲- گرامرها

تعریف: مجموعه قواعدی که براساس آن رشته‌های زبان تولید می‌شوند.

$G =< V, T, S, P >$

V (Variables): متغیر یا غیرپایانه

T (Terminal): پایانه

S (Start symbol): علامت شروع $S \in V$

P (Production rule): مجموعه قوانین تولید

قرارداد:

مثال:

$G_1 =< V_1, T_1, S_1, P_1 >$

$V_1 = \{S\}$ $\qquad T_1 = \{a, b\}$ $\qquad S_1 = S$

$P_1 = \{S \rightarrow aSb, S \rightarrow \lambda\}$

زبان تعریف شده به صورت زیر است:

$$L = \{a^n b^n\}$$

اشتقاق (Derivation): شروع از نماد آغازین و استفاده از قوانین تولید و رسیدن به رشته مورد نظر را اشتقاق گویند. برای زبان بالا و رشته aaabbb داریم:

$$S \overset{1}{\Rightarrow} aSb \overset{1}{\Rightarrow} aaSbb \overset{1}{\Rightarrow} aaaSbbb \overset{2}{\Rightarrow} aaabbb$$

۱-۲-۳- انواع گرامر

۱) گرامرهای نوع سوم ← منظم Regular

۲) گرامرهای نوع دوم ← مستقل از متن Context free

۳) گرامرهای نوع اول ← حساس به متن Context sensitive

۴) گرامرهای نوع صفر ← بدون محدودیت Unrestricted

از بالا به پایین قدرت گرامرها بیشتر می‌شود.

۱- منظم

قبل از توضیح گرامر منظم، گرامر خطی از راست و خطی از چپ را تعریف می‌کنیم:

$$\text{خطی از چپ} \begin{cases} A \to x \\ A \to Bx \\ x \in T^* \\ A, B \in V \end{cases} \qquad \text{خطی از راست} \begin{cases} A \to x \\ A \to xB \\ x \to \in T^* \\ A, B \in V \end{cases}$$

یک گرامر منظم است، اگر بتوان گرامر خطی از راست و یا خطی از چپ برای آن نوشت. توجه کنید فقط یکی از آنها، یعنی اگر برای گرامری، گرامری ترکیبی از خطی از چپ و راست نوشتید نمی‌توان گفت گرامر منظم است.

زبانی منظم است که بتوان گرامر منظم برای آن نوشت.

۲- مستقل از متن: قوانین آنها باید از قانون روبرو تبعیت کنند:

$$\begin{cases} A \to \alpha \\ \alpha \in (V \cup T)^* \end{cases}$$

سمت چپ فقط یک غیرپایانه داریم.

مثال:

$$S \to aSb \mid \lambda$$

حساس به متن: قوانین آن به صورت زیر است:

$$\begin{cases} \alpha \to \beta \\ \alpha \in (V \cup T)^+ \\ \beta \in (V \cup T)^* \\ |\alpha| \leq |\beta| \end{cases}$$

مورد آخر به این معناست کـه کـاهش طـول نـداریم یعنـی قـوانینی بـه صـورت $Ab \to a$ نـداریم. البتـه قـانون $S \to \lambda$ استثناست. (برای سادگی می‌توان فرض کرد که تمامی قوانین $A \to \lambda$ مجاز است، زیرا تمامی این قوانین را می‌توان حـذف و تبدیل به $S \to \lambda$ کرد)

مثال:

$L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$

$S \to abc$ $\quad Xc \to Ybcc$ $\quad aY \to aaX$

$S \to aXbc$ $\quad bY \to Yb$

$Xb \to bX$ $\quad aY \to aa$

گرامر بدون محدودیت: قوانین آن به صورت زیر است:

$\alpha \to \beta$

$\alpha \in (V \cup T)^+$

$\beta \in (V \cup T)^*$

انواع زبان‌ها

۱) زبان‌های نوع سوم ← منظم Regular L_3

۲) زبان‌های نوع دوم ← مستقل از متن Context free L_2

۳) زبان‌های نوع اول ← حساس به متن ← Context sensitive L_1

۴) زبان‌های نوع صفر ← بدون محدودیت Unrestricted L_0

$L_3 \subset L_2 \subset L_1 \subset L_0$

تست:

کدام گزینه صحیح است؟ (یک تست ۵ گزینه‌ای)

۱) به ازای هر زبان منظم، می‌توان یک زبان مستقل از متن پیدا کرد که زبان منظم زیر مجموعه محض آن باشد

۲) به ازای هر زبان منظم، می‌توان یک زبان نامنظم پیدا کرد که زبان منظم زیرمجموعه محض آن باشد.

۳) به ازای هر زبان منظم، می‌توان یک زبان نامنظم پیدا کرد که زبان منظم زیر مجموعه آن باشد

۴) خانواده زبان‌های منظم، زیرمجموعه محض خانواده زبان‌های مستقل از متن است.

۵) خانواده زبان‌های منظم، زیرمجموعه محض خانواده زبان‌های نامنظم است.

گزینه «۴»

توجه کنید که Σ^* یک زبان منظم است. که مثال نقضی برای ۳ گزینه اول است. همچنین به کلمه زیر مجموعه محض توجه نمایید. زیرمجموعه محض یعنی علاوه بر زیرمجموعه بودن، دو مجموعه با هم برابر نباشند. یعنی حداقل یـک عـضو بیـشتر داشته باشد.