درس‌پک کارشناسی ارشد

دروس تخصصی مهندسی مواد

مجموعه دروس تخصصی -مهندسی مواد ـ مهندسی مواد و متالورژی

۱ خواص مکانیکی مواد

۲ خواص فیزیکی مواد

۳ شیمی فیزیک، ترمودینامیک (مهندسی مواد)

مؤلف:

مهدی رستمی (پژوهشگر دکتری مهندسی مواد و متالورژی)

انتشارات اندیشه ارشد

فهرست

بخش اول: خواص مکانیکی مواد

فصل اول: اصول مکانیکی **۱۳**
تنش و کرنش ۱۳
تانسور تنش ۱۶
برجهندگی ۱۸
گلویی شدن ۱۹
چقرمگی (TOUGHNESS) ۲۱
معیارهای تسلیم ۲۲
معیار تسلیم ترسکا ۲۲
آزمایش فشار (COMPACTION TEST) ۲۴
آزمایش سختی (HARDNESS TEST) ۲۵
تست‌های آخر فصل اول ۲۹
پاسخ تست‌های آخر فصل اول ۳۸
فصل دوم: نواقص در شبکه‌های بلوری **۴۱**
نواقص نقطه‌ای ۴۱
نقص چیدن (STACKING FAULT) ۴۲
مرزهای دو قلو (TWIN) ۴۳
نابجایی‌ها (DISLOCATION) ۴۴
شکل هندسی نابجایی‌ها ۴۴
بردار برگرز و مدار برگرز ۴۵
چگالی نابجایی ۴۶
لغزش توسط نابجایی‌ها ۴۶
تغییر شکل پلاستیک توسط نابجایی ۴۷
تنش برشی لازم جهت لغزش (قانون اشمید) ۴۷
انرژی در واحد طول نابجایی و میدان تنش اطراف نابجایی ۴۸
نیروی وارد بر نابجایی ۴۹
تنش لازم برای کمانش یک جابجایی ۴۹
نیروی بین نابجایی‌ها ۵۰
صعود (CLIMB) ۵۱
لغزش تقاطعی (CROSS SLIP) ۵۱
مرز ساده نابجایی ۵۲

برخورد نابجایی‌ها و تشکیل جاگ ۵۳
نابجایی‌های جزئی ۵۴
نابجایی غیر متحرک لومر – کاترل ۵۵
تکثیر نابجایی‌ها توسط منابع فرانک – رید ۵۶
تجمع نابجایی‌ها ۵۶
تست‌های آخر فصل دوم ۵۸
پاسخ تست‌های آخر فصل دوم ۷۴
فصل سوم: مکانیزم‌های استحکام‌دهی مواد **۷۸**
کار سختی (WORK HARDENING, STRAIN HARDENING) ۷۸
پدیده نقطه تسلیم بالا و پایین ۷۹
پیر کرنشی (STRAIN AGING) ۸۰
محلول جامد (SOLID SOLUTION) ۸۰
۳ رسوب سختی (PRECIPITATION HARDENING) ۸۱
پراکنده سختی (DISPERSION HARDENING) ۸۲
۳ کامپوزیت ها (COMPOSITE) ۸۲
تست‌های آخر فصل سوم ۸۴
پاسخ تست‌های آخر فصل سوم ۸۹
فصل چهارم: خزش **۹۱**
مفهوم خزش ۹۱
مکانیزم اصلی مسئول خزش ۹۶
خزش نفوذی ۹۶
خزش نابجایی ۹۸
لغزش نابجایی ۹۹
لغزش مرز دانه ۱۰۰
نقشه مکانیزم تغییر شکل (WEERTMAN-ASHBY) ۱۰۰
خزش در پلیمرها ۱۰۱
تست‌های آخر فصل چهارم ۱۰۲
پاسخ تست‌های آخر فصل چهارم ۱۰۶
فصل پنجم: خستگی در فلزات **۱۰۷**
مقدمه ۱۰۸
سیکلهای تنش ۱۰۸
منحنی S-N ۱۰۹
اثر تنش متوسط بر روی خستگی ۱۱۰

منحنی تنش-کرنش سیکلی ۱۱۳
خستگی کم چرخه ۱۱۵
معادله کرنش-عمر ۱۱۶
رشد ترک خستگی ۱۱۷
اثر تمرکز تنش بر روی خستگی ۱۲۰
پاسخ تست‌های آخر فصل پنجم ۱۲۳
پاسخ تست‌های آخر فصل پنجم ۱۲۷
فصل ششم: شکست **۱۲۸**
مقدمه ۱۲۹
خصوصیات شکست ترد ۱۲۹
خصوصیات شکست نرم یا داکتیل ۱۲۹
محاسبه استحکام فلزات ۱۳۰
پارامترهای موثر بر KIC ۱۳۴
آزمایش ضربه (IMPACT TEST) ۱۳۵
تست‌های آخر فصل ششم ۱۳۸
پاسخ تست‌های آخر فصل ششم ۱۴۵
نمونه سؤالات ادوار گذشته خواص مکانیکی مواد ۱۴۸
پاسخنامه نمونه سؤالات ادوار گذشته خواص مکانیکی مواد ۱۶۱

بخش دوم: خواص فیزیکی مواد

فصل اول: کریستالوگرافی **۱۹۰**
مقدمه ۱۹۱
تفاوت های جامدات با ساختمان کریستالی و غیر کریستالی ۱۹۱
سیستم های تبلور ۱۹۲
فاکتور چیدن اتمی ۱۹۴
دانسیته خطی ۱۹۴
دانسیته صفحه ای ۱۹۴
چگالی اتمی (دانسیته اتمی) ۱۹۵
فاصله بین صفحات اتمی ۱۹۵
زاویه بین دو صفحه ۱۹۶
حجم واحدهای شبکه های هفتگانه براوه ۱۹۷

عدد همسایگی (عدد هماهنگی یا کئوردینانس نامبر) ۱۹۸
فضاهای اکتاهدرال و تتراهدرال ۱۹۸
پراش پرتو X ۲۰۱
تست‌های آخر فصل اول ۲۰۳
پاسخ تست های آخر فصل اول ۲۰۴
فصل دوم: خواص فیزیکی مواد **۲۰۵**
عیوب شبکه‌های کریستالی ۲۰۶
فوق تبرید (SUPER COOLING) ۲۰۷
انواع فازها در آلیاژها ۲۰۸
انجماد فلزات ۲۰۹
ساختار ماکروسکوپی حاصل از انجماد ۲۱۲
فوق تبرید ها ۲۱۳
دیاگرام‌های فازی ۲۱۴
دیاگرام آهن – کربن ۲۱۸
کار سرد ۲۲۱
کارگرم ۲۲۲
عملیات حرارتی بعد از کارسرد ۲۲۲
چدن ها ۲۲۵
درجه آزادی (قانون فازی گیبس) ۲۲۶
تست‌های آخر فصل دوم ۲۲۷
پاسخ تست های آخر فصل دوم ۲۲۸
فصل سوم: علمیات حرارتی فولادها **۲۳۱**
ساختار پرلیت ۲۳۲
مکانیزم تشکیل پرلیت ۲۳۳
ساختارهای غیرتعادلی ۲۳۴
نمودارهای TTT ۲۳۷
عملیاتهای حرارتی برای تشکیل ساختارهای تعادلی ۲۳۹
خواص مکانیکی میکروساختارهای تعادلی ۲۴۲
سختی و سختی‌پذیری ۲۴۳
شدت سردکنندگی محیط ۲۴۴
اثر اندازه دانه آستنیت ۲۴۴
تمپر کردن ۲۴۴
تردی فولادها ۲۴۶

انواع سخت کردن ۲۴۸
روشهای سردکردن کنترل شده غیر پوسته ۲۴۹
تغییرات ابعادی حین استحاله تجزیه آستنیت ۲۵۱
سخت کردن سطحی ۲۵۲
تست‌های آخر فصل سوم ۲۵۵
پاسخ تست های آخر فصل سوم ۲۵۶
فصل چهارم: استحاله فازها **۲۵۸**
انرژی آزاد فصل مشترکی ۲۵۸
مرز دانه‌ها در جامدهای تک فاز ۲۵۸
چگونگی استحاله‌های فازی ۲۶۰
جوانه زنی همگن در جامدات ۲۶۲
جوانه زنی غیر همگن ۲۶۳
جوانه زنی با فصل مشترک کوئیرنت ۲۶۵
جوانه زنی با فصل مشترک غیر کوهیرنت ۲۶۷
چ جوانه زنی با وجود انرژی کرنشی ۲۶۸
شعاع بحرانی تبدیل جوانه کوهیرنت به غیر کوهیرنت ۲۶۹
پیر سختی- رسوب سختی ۲۶۹
تجزیه اسپینودال ۲۷۳
تست‌های آخر فصل چهارم ۲۷۵
پاسخ تست های آخر فصل چهارم ۲۷۶
فصل پنجم: نفوذ در جامدات **۲۷۸**
نفوذ ۲۷۸
ضریب نفوذ ۲۷۸
قوانین نفوذ فیک ۲۷۹
حل قانون دوم فیک ۲۸۰
ضریب نفوذ در هم، $\tilde{D}$ ۲۸۲
اثر کرکندال ۲۸۲
همگن سازی ۲۸۴
مکانیزم های نفوذ ۲۸۵
نفوذ در آلیاژهای جانشینی رقیق ۲۸۶
۵نفوذ در مرزدانه ها و سطوح آزاد ۲۸۷
نفوذ در امتداد نابجایی ها ۲۸۷
تخمین $\tilde{D}$ در آلیاژهای مختلف در یک دیاگرام فازی ۲۸۸

تست های آخر فصل پنجم ۲۸۹
پاسخ تست های آخر فصل پنجم ۲۹۰
نمونه سؤالات ادوار گذشته خواص فیزیکی مواد ۲۹۲
پاسخنامه نمونه سؤالات ادوار خواص فیزیکی مواد ۳۰۸

بخش سوم: شیمی فیزیک ترمودینامیک (مهندسی مواد)

فصل اول: قانون اول ترمودینامیک ۳۴۵
مفاهیم پایه‌ای ۳۴۵
قانون اول ترمودینامیک ۳۴۶
تعیین مقدار کار برای فرآیندهای مختلف برای گاز ایده آل ۳۴۷
انرژی درونی ۳۴۷
ظرفیت گرمایی ۳۴۸
آنتالپی ۳۴۸
تست‌های آخر فصل اول ۳۵۳
پاسخ تست‌های آخر فصل اول ۳۵۴
فصل دوم: قانون دوم ترمودینامیک و انتروپی ۳۵۶
بیان کلاسیوس ۳۵۶
بیان کلوین – پلانک ۳۵۶
نابرابری کلاسیوس ۳۵۸
تست‌های آخر فصل دوم ۳۶۴
پاسخ تست‌های آخر فصل دوم ۳۶۵
فصل سوم: ترمودینامیک آماری، توابع کمکی و روابط ماکسول ۳۶۷
ذرهای بودن انرژی ۳۶۷
توابع کمکی ۳۶۹
روابط ماکسول ۳۷۰
تست‌های آخر فصل سوم ۳۷۳
پاسخ تست‌های آخر فصل سوم ۳۷۴
فصل چهارم: ظرفیت گرمائی، گرمای تشکیل و دمای شعله ۳۷۷
تأثیر فشار بر آنتالپی: ۳۷۷
تأثیر فشار بر انتروپی: ۳۷۷
دمای شعله ۳۷۸
قانون سوم ترمودینامیک ۳۷۹

دو قانون تجربی مفید ۳۷۹
تست‌های آخر فصل چهارم ۳۸۳
پاسخ تست‌های آخر فصل چهارم ۳۸۴
فصل پنجم: تعادل فازی در سیستم یک جزئی ۳۸۶
تغییرات انرژی آزاد گیبس با دما در فشار ثابت ۳۸۶
تعادل دو فاز ۳۸۶
تغییرات انرژی آزاد گیبس با فشار در دمای ثابت ۳۸۷
تعادل دو فاز ۳۸۷
تست‌های آخر فصل پنجم ۳۹۱
پاسخ تست‌های آخر فصل پنجم ۳۹۲
فصل ششم: رفتار گازها ۳۹۴
پارامتر تراکم ۳۹۴
قانون حالات متناظر ۳۹۴
گاز واندر والس ۳۹۵
معادله حالات دیگر برای گازها ۳۹۷
خواص ترمودینامیکی گاز ایدهآل و مخلوط گازها ۳۹۷
مخلوط گازها ۳۹۷
عملیات ترمودینامیکی گاز واقعی ۳۹۸
تست‌های آخر فصل ششم ۴۰۲
پاسخ تست‌های آخر فصل ششم ۴۰۳
فصل هفتم: واکنشهای متشکل از گاز و مواد کندانس خالص ۴۰۵
ثابت تعادل ۴۰۵
اثر دما بر روی ثابت تعادل ۴۰۵
واکنشهای شامل مواد کندانس خالص ۴۰۶
واکنشهای الکتروشیمیایی ۴۰۷
تست‌های آخر فصل هفتم ۴۱۲
پاسخ تست‌های آخر فصل هفتم ۴۱۳
فصل هشتم: محلولها ۴۱۵
تعاریف ۴۱۵
روابط اساسی خواص مولال ۴۱۵
معادله‌های ترمودینامیکی شامل خواص جزئی ۴۱۶
مفهوم اکتیویته (A) ۴۱۶
محاسبه $\bar{G}_A$ برحسب G ۴۱۷

محلول ایدهآل و خواص آن ۴۱۸
ضریب اکتیویته (ACTIVITY COEFFICIENT) ۴۱۹
اعمال رابطه گیبس – دو هم برای محاسبه اکتیویته ۴۲۰
محاسبه مستقیم خواص محلول ۴۲۲
محلولهای با قاعده یا بسامان (REGULAR) ۴۲۲
تابع اضافی (EXCESS FUNCTION) ۴۲۲
تست‌های آخر فصل هشتم ۴۲۸
پاسخ تست‌های آخر فصل هشتم ۴۲۹
فصل نهم: دیاگرامهای فازی و منحنی انرژی آزاد **۴۳۲**
پتانسیل شیمیائی ۴۳۲
انرژی آزاد و اکتیویته ۴۳۲
حالت استاندارد مایع و جامد ۴۳۵
انحلال کامل در مایع و عدم انحلال در حالت جامد ۴۳۶
مقیاسهای مختلف اکتیویته ۴۳۶
تغییرات انرژی آزاد گیبس هنگام تغییر مقیاس اکتیویته ۴۳۸
تست‌های آخر فصل نهم ۴۴۱
پاسخ تست‌های آخر فصل نهم ۴۴۳
نمونه سؤالات ادوار گذشته شیمی فیزیک و ترمودینامیک ۴۴۶
پاسخنامه نمونه سؤالات ادوار گذشته شیمی فیزیک و ترمودینامیک ۴۶۱



بخش اول

۱ خواص مکانیکی مواد

- فصل اول: اصول مکانیکی
- فصل دوم: نواقص در شبکه‌های بلوری
- فصل سوم: مکانیزم‌های استحکام‌دهی مواد
- فصل چهارم: خزش
- فصل پنجم: خستگی در فلزات
- فصل ششم: شکست



فصل اول

اصول مکانیکی

عناوین اصلی

- تنش و کرنش
- تانسور تنش
- برجهندگی
- گلویی شدن
- چقرمگی (Toughness)
- معیار تسلیم ترسکا
- آزمایش فشار (Compaction Test)
- آزمایش سختی (Hardness Test)

فصل اول

اصول مکانیکی

۱-۱- تنش و کرنش

به منظور بررسی رفتار مواد تحت نیروهای وارده لازم است مفاهیمی چون تنش و کرنش را تعریف نماییم به طور کلی دو نوع تعریف برای تنش و کرنش وجود دارد.

الف) تنش و کرنش مهندسی

ب) تنش و کرنش حقیقی

به طور کلی اگر نیرویی برابرF بر یک نمونه از جسم به سطح مقطع اولیه A_0 و طول اولیه L_0 وارد شود تنش و کرنش مهندسی از روابط زیر محاسبه می‌گردد:

$$S = \frac{F}{A_\circ} \qquad (۱-۱)$$

$$e = \frac{L_f - L_\circ}{L_\circ} \qquad (۱-۲)$$

همچنین تنش و کرنش حقیقی طبق روابط زیر تعریف می‌شود.

$$\sigma = \frac{F}{A} \qquad (۱-۳)$$

$$\varepsilon = \ln \frac{L_f}{L_\circ} \qquad (۱-۴)$$

در این روابط :

F: نیروی اعمالی

L_0: طول اولیه نمونه

L_f: طول نهایی نمونه

A_0: سطح مقطع اولیه نمونه

A: سطح مقطع لحظه‌ای نمونه

مواد و قطعات تحت نیروهای وارده دو نوع رفتار متفاوت از خود نشان می‌دهند که عبارتند از رفتار کشسان الاستیک و رفتار مومسان یا پلاستیک.

کرنش حقیقی بر خلاف کرنش مهندسی جمع‌پذیر است یعنی اگر یک جسم چند مرحله تحت کشش قرار گیرد و کرنش‌های مختلفی در هر مرحله به دست آید خواهیم داشت.

$$\varepsilon_{total} = \varepsilon_۱ + \varepsilon_۲ + \varepsilon_۳ + \varepsilon_۴ + ... \qquad (۱-۵)$$

در حالی که در مورد کرنش مهندسی این مطلب صادق نیست. یعنی:

$$e_{total} \neq e_۱ + e_۲ + e_۳ + e_۴ + ...$$

پارامترr به عنوان درصد کاهش در سطح به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$r = \frac{A_\circ - A}{A_\circ} \qquad (۶-۱)$$

که A سطح مقطع لحظه‌ای و A_0 سطح مقطع اولیه است.

در تغییر فرم پلاستیک (مومسان) همواره حجم ثابت است. یعنی:

$$A_\circ.L_\circ = A.L \qquad (۷-۱)$$

و یا:

$$\frac{L}{L_\circ} = \frac{A_\circ}{A} \qquad (۸-۱)$$

با توجه به روابط فوق می‌توان نوشت:

$$\varepsilon = \ln\frac{L}{L_\circ} = \ln\frac{A_\circ}{A}$$

$$r = \frac{A_\circ - A}{A_\circ} = ۱ - \frac{A}{A_\circ} \rightarrow \frac{A}{A_\circ} = \frac{۱}{۱-r}$$

$$\varepsilon = \ln\frac{۱}{۱-r} \qquad (۹-۱)$$

$$\varepsilon_{total} = \varepsilon_۱ + \varepsilon_۲ + \varepsilon_۳ + ... \rightarrow \ln\frac{۱}{۱-r_t} = \ln\frac{۱}{۱-r_۱} + \ln\frac{۱}{۱-r_۳} + ...$$

$$(۱-r_t) = (۱-r_۱) + (۱-r_۲) + (۱-r_۳) + ... \qquad (۱۰-۱)$$

$$\varepsilon = \ln(۱+e) \qquad (۱۱-۱)$$

$$\sigma = s(۱+e) \qquad (۱۲-۱)$$

مقدار طول اولیه درکرنش مهندسی موثر است. طبق قانون بار:

$$e = \frac{\sqrt{A_\circ}}{L_\circ} + \beta$$

رابطهٔ فوق نشان می‌دهد هر چه L_0 بیشتر باشد مقدار کرنش مهندسی کمتر است. به منظور انتخاب نمونه‌های تست استاندارد برای تمام نمونه‌ها باید $\frac{\sqrt{A_\circ}}{L_\circ}$ مقداری ثابت باشد.

در رفتار کشسان تنش و کرنش رابطه خطی داشته و از قانون هوک پیروی می‌کنند به عبارتی بازیابی ابعاد اولیه یک جسم که در اثر بارگذاری دچار تغییر شکل شده است در اثر بار برداری به دست می‌آید.

وقتی که نیرویی به یک نمونه با سطح مقطع A وارد شود و مقدار تغییر مکان نسبت به طول نمونه سنجیده شود طبق قانون هوک رابطه بین تنش و کرنش را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$\sigma = E.\varepsilon \qquad (۱۳-۱)$$

که E مدول یانگ یا مدول الاستیسیته ماده می‌باشد.

رابطه بالا به قانون هوک مربوط است که نشان دهنده شرایطی در ماده است که تنش‌ها و کرنش‌ها متناسب یکدیگر می‌باشد.

مدول یانگ پارامتری است که وابسته به باندهای اتمی ماده می‌باشد و برای مواد مختلف مقداری ثابت است به طور کلی E با افزایش درجه حرارت و عملیات حرارتی تغییر می‌کند. همچنین E در یک ماده غیر همسانگرد(متفاوت بودن خواص در جهات

مختلف)در جهت‌های مختلف تغییر می‌کند با افزایش درجه حرارت مقدار E در ابتدا نسبتاً آهسته ولی با افزایش درجه حرارت سریع تر کاهش می‌یابد.

درمواد کاملاً الاستیک اگر نیروی وارده قبل از شکست نمونه برداشته شود مسیر برگشت منحنی کاملاً بر روی تنش – کرنش اولیه منطبق خواهد بود.

اگر نمونه درجهت x افزایش طول پیدا کند طبیعی است که در جهت y و z کاهش طول خواهد داشت آزمایشات نشان می‌دهد که مقدار کرنش در جهت y برابر است با مقدار کرنش درجهت z (در اکثر فلزات) و این دو برابرند با مقدار کرنش در جهت x ضربدر یک مقدار ثابت، به عبارتی خواهیم داشت:

$$\sigma_x = E.\varepsilon_x \quad . \qquad (۱۴-۱)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = \nu_\circ \varepsilon_x \qquad (۱۵-۱)$$

مقدار ثابت ν که ضریب پواسون نام دارد رابطه بین کرنش‌ها را در جهات x و y و z مشخص می‌کند. مقدار ضریب پواسون در منطقهٔ کشسان برای اکثر فلزات مقداری ثابت و برابر ۰/۲ تا ۰/۳ می‌باشد و در منطقه مومسان یا پلاستیک مقدار آن به صورت غیر خطی شروع به افزایش کرده و بین ۰/۳ تا ۰/۵ تغییر می‌کند به عبارتی تابعی است از مقدار کرنشی که نمونه انجام داده است.

اگر شرایط تنش چند محوری حاکم باشد برای یک جسم همسانگرد مقادیر مولفه‌های کرنش به صورت زیر بیان می‌شود.

$$e_{xx} = \frac{\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})}{E} \qquad (۱۶-۱-a)$$

$$e_{yy} = \frac{\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})}{E} \qquad (۱۶-۱-b)$$

$$e_{zz} = \frac{\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})}{E} \qquad (۱۶-۱-c)$$

$$e_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{G} \qquad (۱۷-۱-a)$$

$$e_{yz} = \frac{\sigma_{yz}}{G} \qquad (۱۷-۱-b)$$

$$e_{xz} = \frac{\sigma_{xz}}{G} \qquad (۱۷-۱-c)$$

در روابط بالا G به فاکتور یا مدول برشی معروف است مدول برشی همانند E یک خاصیت ذاتی و تابعی از نیروی کششی و اتصالی اتمی ذرات آن فلز است.

از روابط فوق خواهیم داشت:

$$\Delta = \frac{\Delta V}{V} = e_{xx} + e_{yy} + e_{zz} = \frac{۱-۲\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \qquad (۱۸-۱)$$

یادآوری: رابطه فوق در محدوده تغییر فرم ک شسان (الاستیک) صادق است. مجموع کرنشها در سه جهت در تغییر فرم مومسان(پلاستیک) برابر با صفر است. چون در این تغییر فرم، حجم ثابت است. $(\Delta V = ۰)$

می‌توان رابطه بالا را به صورت زیر نوشت:

$$\Delta = \frac{۱-۲\nu}{۳E}\sigma_m \qquad (۱۹-۱)$$

که در رابطه فوق:

$$\sigma_m = \frac{(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)}{۳} \qquad (۲۰-۱)$$

σ_m میانگین تنش‌ها در سه بعد است که به تنش هیدرواستاتیک معروف است. این تنش در تغییر شکل موثر نیست و فقط باعث تغییر حجم می‌شود.

از طرفی رابطه بین E و G را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$G = \frac{E}{۲(۱-\nu)} \qquad (۲۱-۱)$$

همچنین می‌توان از ثابت λ که به ثابت لامه معروف است نیز استفاده کرد و روابط زیر را نوشت:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(۱+\nu)(۱-۲\nu)} \qquad (۲۲-۱)$$

$$E = \frac{(۳\lambda + ۲G)}{۲(\lambda + G)} \qquad (۲۳-۱)$$

در تحلیل شرایط تنش سه بعدی می‌توان روابط زیر را در مود تنش و کرنش برای دو حالت مختلف نوشت:

الف) شرایط تنش صفحه‌ای(بارگذاری صفحات نازک پانل‌ها و یا استوانه‌های جدار نازک)

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{۱-\nu^۲}(\theta_{xx} + \nu e_{yy})$$

$$\sigma_{yy} = \frac{E}{۱-\nu^۲}(e_{yy} + \nu e_{zz})$$

ب) هنگامی که ضخامت نمونه زیاد باشد ممکن است کرنش در جهت ضخامت برابر صفر باشد که به این شرایط کرنش مسطح (صفحه‌ای)گویند. لذا می‌توان نوشت:

$$e_{zz} = \sigma_{zz} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = ۰$$

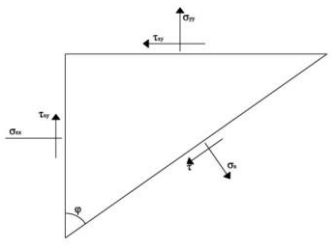
$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \nu_{yy})$$

۱-۲- تانسور تنش

جهت سهولت تنش‌ها را می‌توان با مولفه‌های برشی و عمودی آنها نشان داد.

جهت علامت‌گذاری تنش‌ها از دو حرف لاتین به صورت اندیس استفاده می‌نمایند که اندیس اول نشان دهنده صفحه‌ای است که تنش به آن وارد می‌شود (صفحه را با نرمال مشخص می‌کنند) و اندیس دوم نشان دهنده جهت اعمال تنش است.

به عنوان مثال τ_{xy} تنشی را نشان می‌دهدکه در صفحه عمود بر محور x در جهت y وارد می‌شود. می‌توان ثابت کرد که $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ همچنین می‌توان تنش‌های عمودی و برشی وارد بر هر صفحه معینی را به دست آورد. به عنوان مثال تنش نرمال و برشی وارد بر صفحه شیب دار شکل زیر را می‌توان از روابط زیر محاسبه کرد:



شکل ۱-۱

$$\sigma = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{۲} + \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{۲}\sin ۲\varphi + \tau_{xy} \qquad (۲۴-۱)$$

$$\tau = \frac{\sigma_{yy} + \sigma_{xx}}{۲} \sin ۲\varphi + \tau_{xy} \sin ۲\varphi \qquad (۲۵-۱)$$

بنا به تعریف صفحه اصلی صفحه‌ای است که تنش‌های برشی وارد بر آن صفر باشد ($\tau = ۰$). جهت عمود بر آن را جهت اصلی و تنش عمودی وارد بر این صفحه را تنش اصلی گویند.

تنش‌های اصلی را با اندیس عدد نشان می‌دهند مثلاً $\sigma_۱$ و $\sigma_۲$ و $\sigma_۳$. بنا بر قرار داد $\sigma_۱ > \sigma_۲ > \sigma_۳$. در سیستم دو بعدی تنش حداکثر در جهت اصلی و در صفحه اصلی وجود دارد که تنش‌های وارده بر این دو صفحه ماکزیمم و مینیمم می‌باشند. گفتیم که تنش اصلی در صفحه اصلی یعنی صفحه‌ای که در آن ($\tau = ۰$) قرار دارد. لذا اگر در رابطه بالا مقدار($\tau = ۰$) قرار دهیم می‌توانیم زاویه صفحه اصلی را بر حسب مولفه‌های تنشی به دست آوریم:

$$\tan ۲\varphi = \frac{۲\tau_{xy}}{\sigma_{yy} - \sigma_{xx}} \qquad (۲۶-۱)$$

همچنین در شرایط تنشی دو بعدی مقدار تنش‌های اصلی از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$\sigma_۱ = \sigma_{max} = \frac{\sigma_{xy} + \sigma_{yy}}{۲} - \sqrt{(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{۲})^۲ + \tau_{xy}^۲} \qquad (۲۷-۱)$$

$$\sigma_۲ = \sigma_{min} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{۲} - \sqrt{(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{۲})^۲ + \tau_{xy}^۲} \qquad (۲۸-۱)$$

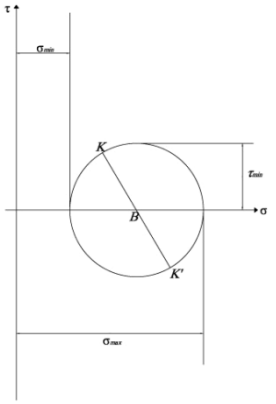
همچنین می‌توان برای نشان دادن تنش‌ها و صفحات مربوطه از دایره موهر بهره برد. فرض کنید که شرایط تنش دو بعدی به صورت σ_{xx}، σ_{yy} و τ_{xy} مشخص باشد برای رسم دایره موهر محور مختصاتی به صورت τ بر حسب σ به صورت زیر رسم می‌کنیم سپس نقطه اول را یعنی (σ_{xx} , τ_{yx}) روی محور تعیین می‌کنیم (نقطه K) سپس نقطه (σ_{xx} , τ_{xy}) را رسم می‌کنیم (نقطه K').

حال خط KK' محور σ را در نقطه‌ای به نام B قطع می‌کند. دایره‌ای به مرکز B و شعاع BK رسم می‌کنیم. دایره مزبور دایره موهر شرایط تنشی حاصله است.

هر نقطه روی این دایره (مثلاً N) نشان دهنده مقدار مؤلفه، تنش‌های عمودی و برشی وارد بر یک صفحه معین است.

با توجه به شکل زیر می‌توان مقادیر $\sigma_۱$ ، $\sigma_۲$ و τ_{max} را به دست آورد. τ_{max} یا تنش برشی حداکثر برابر شعاع دایره موهر است یعنی:

$$\tau_{max} = R = \frac{\sigma_۱ - \sigma_۲}{۲} = \sqrt{(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{۲})^۲ + \tau_x^۲} \qquad (۲۹-۱)$$



شکل ۱-۲

در شرایط تنش سه بعدی تنسور تنش به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sigma_{ij}=\begin{bmatrix}\sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz}\\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz}\\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz}\end{bmatrix}$$

برای به دست آوردن تنش‌های اصلی در حالت تنش سه بعدی می‌توان معادله درجه سه را به صورت زیر حل کرد:

$$\sigma^{3}-I_{1}\sigma^{2}-I_{2}\sigma-I_{3}=0 \qquad (۳۰-۱)$$

که در این معادله:

$$I_{1}=\sigma_{xx}+\sigma_{yy}+\sigma_{zz} \qquad (۳۱-۱)$$

$$I_{2}=\sigma_{xy}^{2}+\sigma_{xz}^{2}+\sigma_{yz}^{2}-(\sigma_{xx}\sigma_{yy}+\sigma_{yy}\sigma_{zz}+\sigma_{zz}\sigma_{xx}) \qquad (۳۲-۱)$$

$$I_{3}=\sigma_{xx}\sigma_{yy}\sigma_{zz}+2\sigma_{xy}\sigma_{yz}\sigma_{zx}-(\sigma_{xx}\tau_{yz}^{2}+\sigma_{yy}\tau_{zx}^{2}+\sigma_{zz}\tau_{yx}^{2}) \qquad (۳۳-۱)$$

معادله بالا یک معادله درجه سه است، که حداقل دارای ۳ تنش اصلی می‌باشد.

ثابت شده که در حالت تنش‌های سه بعدی فقط تنش‌های عمودی‌اند که به سه صفحه دو به دو عمود بر هم که تنش برشی در آنها برابر صفر می‌باشد وارد می‌شوند لذا:

$$I_{1}=\sigma_{1}+\sigma_{2}+\sigma_{3}$$
$$I_{2}=-(\sigma_{1}\sigma_{2}+\sigma_{2}\sigma_{3}+\sigma_{1}\sigma_{3})$$
$$I_{3}=\sigma_{1}\sigma_{2}\sigma_{3}$$

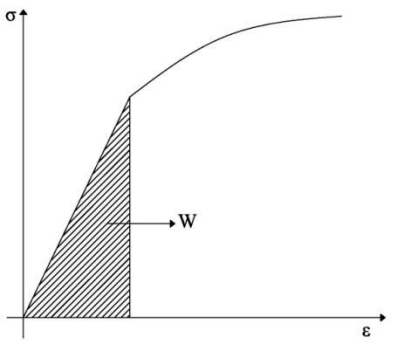
I_{1},I_{2},I_{3} را اولین ، دومین و سومین تغییر ناپذیر تانسور می‌نامند.

با فرض $\sigma_{1}>\sigma_{2}>\sigma_{3}$ خواهیم داشت:

$$\tau_{max}=\frac{\sigma_{1}-\sigma_{3}}{2}$$

۱-۳-برجهندگی

وقتی جسمی تحت تنش در محدودهٔ الاستیک قرار می‌گیرد مقدار انرژی در جسم ذخیره می‌شود این مقدار انرژی هنگام باربرداری آزاد می‌گردد. برجهندگی معیاری است از مقدار انرژی ذخیره شده در واحد حجم جسم، هنگام بارگذاری، که با برداشتن بار آغاز می‌شود. مقدار برجهندگی برای یک جسم الاستیک را می‌توان از روابط زیر به دست آورد.



شکل ۱-۳

$$W=\frac{E}{2}e^{2}_{max}=\frac{1}{2}\sigma_{max}\varepsilon_{max} \qquad (۳۴-۱)$$

که این مقدار همان‌طور که مشخص است برابر سطح زیر منحنی تنش و کرنش در محدوده الاستیک می‌باشد.

همچنین در یک جسم الاستیک دراثر تنش برشی مقداری انرژی انباشته می‌شود این مقدار انرژی در واحد حجم را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$W = \frac{G}{۲} e^{۲}_{xy} \qquad (۳۵-۱)$$

در حالت سه بعدی این مقدار انرژی الاستیک برابر است با:

$$W = \frac{۱}{۲}\sigma_{ii}e_{ii} + \frac{۱}{۲}\sigma_{ij}e_{ij} \qquad (۳۶-۱)$$

همان‌طور که قبلاً ذکر شد در محدوده الاستیک بعد از باربرداری جسم ابعاد اولیه خود را به دست خواهد آورد. حال اگر بار را زیاد کنیم وارد منطقه مومسان یا پلاستیک خواهیم شد که تغییر شکل در این منطقه، تغییر شکلی دائمی خواهد بود. نقطه‌ای که تغییر شکل از حالت الاستیک به حالت پلاستیک تبدیل می‌شود را نقطه پایانی تغییر شکل الاستیک یا حد کشسان می‌گویند.

نقطه‌ای که مقدار تنش در آن حداکثر است نقطه با بار حداکثر نام دارد و مقدار تنش در این نقطه را σ_f (استحکام نهایی یا استحکام کششی) می‌گویند.

اگر منحنی تنش کرنش به صورت ایده‌آل باشد یعنی تا یک محدوده‌ای خطی و بلافاصله تغییر شکل مومسان شروع شود به دست آوردن خط کشسان کار ساده‌ای است. ولی در عمل این امر نامحتمل است. چون تبدیل تغییر از حالت خطی به حالت غیر خطی زیاد محسوس نیست. در این موارد پارامتر دیگری به نام نقطه تسلیم یا استحکام تسلیم تعریف می‌شود. برای پیدا کردن نقطه تسلیم مقدار۰/۲ درصد ($\frac{۲}{۱۰۰۰}$) روی محور کرنش جدا کرده و از آن نقطه خطی به موازات منطقه خطی الاستیک رسم می‌کنیم. محل تقاطع این خط با نمودار تنش و کرنش نقطه تسلیم را نشان می‌دهد.

۱-۴-گلویی شدن

به طور کلی مواد با توجه به شکل منحنی تنش و کرنش آنها به دو دسته کلی مواد نرم (داکتیل) و مواد ترد یا سخت و شکننده تقسیم بندی می‌شوند. در مواد نرم منطقه الاستیک در مقایسه با منطقه پلاستیک کوچک بوده و فلز قبل از شکست تغییر شکل مومسان قابل توجهی خواهد داشت. برعکس در مواد ترد تغییر شکل مومسان زیاد نیست و ماده بعد از وارد شدن به منطقه مومسان یا در منطقه کشسان دچار شکست خواهد شد (چدن، شیشه، تنگستن).

نرمی و تردی یک فلز جزء خصوصیات ذاتی یک فلز نیست. بلکه تابعی از دما، محیط و روش اعمال بار می‌باشد. مثلاً ممکن است فلزی که در دمای محیط نرم باشد در دمای زیر صفر ترد و شکننده شود.

در شکل منحنی تنش و کرنش حقیقی پیدا کردن P_{max} (بار حداکثر) و S_u (استحکام نهایی فلز) برعکس منحنی تنش و کرنش مهندسی کار آسانی نیست. برای پیدا کردن این نقاط روابط و تئوری‌هایی ارائه شده است که به تئوری‌های ناپایداری معروف می‌باشند.

در بار حداکثر یک نوع ناپایداری در فلز اتفاق می‌افتد. در اکثر فلزات گلویی شدن در بار حداکثر صورت می‌گیرد. به راحتی می‌توان نتیجه گرفت که اگر در منحنی جریان مشتق تنش نسبت به کرنش برابر تنش شود یعنی:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma \qquad (۳۷-۱)$$

آن نقطه، نقطه بار حداکثر خواهد بود. رابطه بالا به فرمول Consider معروف است.

به طور کلی متالورژیست‌ها بیشتر با منطقه مومسان یکنواخت سرو کار دارند. در این منطقه گلویی اتفاق نیفتاده و تغییر شکل، یک تغییر شکل دائمی است. در این منطقه رابطه هولمن:

$$\sigma = K\varepsilon^{n} \quad (۳۸-۱)$$

برقرار است. n توان کار سختی است و K ثابتی است که بستگی به ماده دارد. وقتی که $\varepsilon = ۱$ باشد بزرگی مقدار ضریب کار سختی نشان دهنده قابلیت ماده در برابر تغییر فرم پلاستیک است. اگر $n = ۱$ باشد ماده رفتاری کاملاً الاستیک خواهد داشت و اگر $n = ۰$ رفتار ماده کاملاً پلاستیک خواهد بود. مقدار n در برابر عملیات مکانیکی – حرارتی حساس می‌باشد. عملیات بازپخت باعث افزایش n و عملیات کار سرد باعث کاهش n می‌شود.

می‌توان نشان داد مقدار کرنش در نقطه P_{max} یا نقطه UTS برابر ضریب کار سختی است یعنی:

$$\varepsilon_{max} = n \quad (۳۹-۱)$$

در حالت کلی n با کاهش کرنش در نقطه UTS و در آلیاژها با افزایش عنصر آلیاژی کاهش می‌یابد. در بار حداکثر می‌توان نشان داد:

$$\sigma = \frac{d\sigma}{de}(۱+e) \quad (۴۰-۱)$$

در نتیجه:

$$\frac{d\sigma}{de} = \frac{\sigma}{۱+e} \quad (۴۱-۱)$$

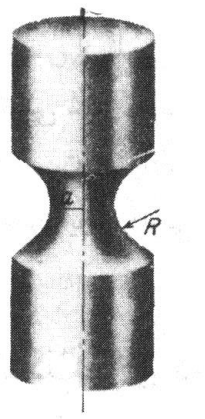
$$S_u = k(\frac{n}{۲.۷۱۸}) \quad (۴۲-۱)$$

در رابطه فوق که می‌توان آن را به راحتی به دست آورد S_u تنش مهندسی در بار حداکثر است، که به آن استحکام کششی گفته می‌شود.

همان‌طور که دیدیم مقدار کرنش حقیقی در نقطه گردنی شدن برابر ضریب کار سختی خواهد بود. در نقطه گردنی، حول و حوش منطقه گردنی شرایط تنش سه بعدی نیز به وجود می‌آید. محاسبه تنش در گلویی کاری پیچیده است. فرض کنیم در نمونه زیر مطابق شکل منطقه گردنی به وجود آمده باشد.

فرض کنیم محیط گلویی قوسی از دایره باشد و مقطع آن به صورت دایره باقی بماند. با فرض استفاده از معیار تسلیم فون میزز و با فرض ثابت بودن کرنش‌ها درمنطقه گلویی، بریچمن تنش جریان یک بعدی متناظر را به صورت زیر بیان کرد:

$$\sigma = \frac{\sigma_n}{(۱+\frac{۲R}{n})\left[\ln(۱+\frac{a}{۲R})\right]} \quad (۴۳-۱)$$



شکل ۱-۴